



Raquel Maria Lamares Moraes

Licenciatura em Ciências da Engenharia Mecânica

Estudo de Métodos para a Calibração de Esquadros de Granito

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientadora: Doutora Helena Vítorovna Guitiss Navas,
Prof^a. Auxiliar, FCT/UNL-DEMI

Co-orientadora: Dr.^a Maria Fernanda Leitão da Silva Saraiva,
Instituto Português da Qualidade



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Março, 2018

Estudo de Métodos para a Calibração de Esquadros de Granito

COPYRIGHT © Raquel Maria Lmares Morais, Faculdade Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Este trabalho foi redigido respeitando o novo acordo ortográfico.

Agradecimentos

Este trabalho não teria sido possível sem a contribuição de inúmeras pessoas às quais desejo agradecer:

Aos meus pais, José e Helena, que sempre me apoiaram e me ajudaram a alcançar os meus objetivos.

À minha orientadora, Professora Doutora Helena Navas, por me ter proposto este desafio, pelas sua disponibilidade, críticas e sugestões que me ajudaram e deram força na realização deste projeto.

À minha co-orientadora, Dr.^a Fernanda Saraiva, pela dedicação, preocupação, disponibilidade e, acima de tudo, pelos conhecimentos transmitidos.

Ao Instituto Português da Qualidade que me proporcionou este estágio e que me permitiu aprofundar os conceitos teóricos e práticos no âmbito metrológico.

A todos os docentes do Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, pelas ferramentas necessárias à formação em Engenharia e por todas as competências transversais transmitidas.

À minha amiga e colega, Ana Sousa, pelo apoio nas alturas mais difíceis e pelas longas noites de estudo em que quando nada parecia fazer sentido, juntas encontrávamos sempre a “luz ao fundo do túnel”.

À Ana Cristina e ao João, pela paciência, ajuda e carinho ao longo desta última etapa do meu percurso académico.

A toda a minha família pela ajuda e apoio que me deram ao longo dos meus anos de vida académica.

A todos os amigos que a faculdade me trouxe, pelos bons momentos vividos ao longo destes últimos anos que vão deixar muitas saudades.

Resumo

Com o constante desenvolvimento científico, a metrologia assume um papel decisivo relativamente à qualidade dos produtos, bem como à sua inserção em mercados competitivos.

Os laboratórios de calibração têm grande importância na indústria, pois é por meio destes que é possível que haja o chamado controlo metrológico do produto.

Para tal, é necessária uma constante evolução das abordagens técnicas e de métodos de calibração e de medições.

No domínio metrológico do ângulo plano, o Laboratório de Comprimento do Instituto Português da Qualidade, é responsável, entre outras atividades, pela definição dos padrões mais representativos da atividade metrológica nacional a nível do ângulo plano.

A avaliação do desempenho dos laboratórios acreditados é geralmente feita através da participação em comparações interlaboratoriais, avaliando a compatibilidade dos resultados de medição reportados por cada um dos laboratórios participantes.

Neste âmbito surgiu a oportunidade do estudo da calibração de esquadros de granito, para uma futura comparação interlaboratorial.

Foram definidas as mensurandas a calibrar e foi desenvolvido e implementado um método de calibração para esquadros de granito e tratamentos matemáticos adequados aos resultados pretendidos

A retitude e a perpendicularidade foram as mensurandas definidas para a calibração.

Para a avaliação do perfil vertical do esquadro, foi desenvolvido um método baseado na técnica de reversão, tendo em conta os recursos laboratoriais existentes.

O trabalho realizado correspondeu aos objetivos do estudo pioneiro no país, que permitirá ao Laboratório de Comprimento no domínio metrológico do ângulo plano, efetuar calibrações de esquadros de granito, organizar e dirigir as comparações interlaboratoriais a nível nacional e participar em comparações a nível internacional.

Palavras-chave:

Calibração; Esquadro de granito; Medição; Incerteza; Metrologia; Ângulo plano

Abstract

With constant scientific development, metrology plays a decisive role in the quality of products as well as their insertion in competitive markets.

Calibration laboratories are of great importance in the industry because it is through these that it's possible the so-called metrological control of the product.

This requires a constant evolution of technical approaches and calibration methods and measurements.

In the metrological domain of the plane angle, the Laboratório de Comprimento of the Instituto Português da Qualidade is responsible, among other activities, for defining the most representative standards of national metrological activity at the plane angle.

The evaluation of the performance of accredited laboratories is usually done through participation in interlaboratory comparisons, evaluating the compatibility of the measurement results reported by each of the participating laboratories.

In this scope, the opportunity of the study of the calibration of granite squares appeared for a future interlaboratory comparison.

Measurements were defined to be calibrated and a calibration method for granite squares and mathematical treatments adequate to the results was developed and implemented.

Straightness and perpendicularity were the measurands defined for calibration.

For the evaluation of the vertical profile of the square, taking into account the existing laboratory resources, a method based on the reversal technique was developed.

The work accomplished corresponded to the objectives of the pioneering study in the country, which will allow the Laboratório de Comprimento in the metrological field of the plane angle, calibrate granite squares, organize and direct interlaboratory comparisons at the national level and participate in international comparisons.

Key-words:

Calibration; Granite square; Measurement; Uncertainty; Metrology, Plane angle

Índice

1. Introdução	1
1.1. Contexto geral.....	1
1.2. Objetivos e metodologia do estudo.....	2
1.3. Estrutura da dissertação	3
2. Introdução à metrologia	5
2.1. Evolução histórica da metrologia em Portugal	5
2.2. Sistema Internacional de Unidades	6
2.3. Conceitos metrológicos gerais	7
2.4. Calibração de instrumentos de medição	8
2.5. Avaliação da incerteza de medição em calibração.....	9
2.5.1. Tipos de incerteza de medição.....	10
2.5.2. Cálculo da incerteza de medição.....	12
2.6. Instituto Português da Qualidade	16
3. Proposta do processo de calibração do esquadro de granito	19
3.1. Grandezas em estudo	19
3.2. Conceitos geométricos.....	20
3.3. Mensurandas a calibrar	22
3.4. Equipamentos de trabalho.....	23
3.5. Avaliação comparativa dos métodos de medição	25
3.6. Procedimento implementado	28
3.6.1. Método de registo de observações	30
3.6.2. Rastreabilidade do processo metrológico	31
4. Tratamento de dados	33
4.1. Avaliação da incerteza de medição por altura H.....	34
4.2. Determinação da reta de ajuste	38
4.3. Avaliação do erro de perpendicularidade	39
4.4. Avaliação da retitude	42
5. Discussão de resultados	45
5.1. Resultados finais	45

5.2. Avaliação da compatibilidade dos resultados de medição.....	48
6. Conclusões e trabalhos futuros	49
Bibliografia.....	51
Anexos.....	53
Anexo I - Tabelas com os valores obtidos nas medições realizadas.....	54
Anexo II – Relatório de ensaio do comparador digital	56
Anexo III - Tabelas relativas à avaliação da incerteza de medição por altura H	59
Anexo IV - Procedimento utilizado no software XGenline	62
Anexo V - Resultados obtidos no XGenline.....	63
Anexo VI – Código Octave	64
Anexo VII- Resultados obtidos pelo Octave	69
Anexo VIII - Dados obtidos para o desvio de retitude local, quando aplicado o método dos mínimos quadrados.....	71

Índice de figuras

Figura 2.1 - Estrutura organizacional do DMET	16
Figura 3.1 - Desenho técnico do esquadro.....	22
Figura 3.2 - Definição de zona de tolerância de retitude	22
Figura 3.3- Diferentes definições de perpendicularidade	23
Figura 3.4- Esquadro de granito	24
Figura 3.5 - Apalpador.....	24
Figura 3.6 - Comparador digital	24
Figura 3.7 - Esquema representativo da técnica de reversão	26
Figura 3.8 - Método dos mínimos quadrados	27
Figura 3.9 - Método de ajuste pelos extremos	28
Figura 3.10 - 1ª Posição ME	29
Figura 3.11- 2ª Posição: MD.....	29
Figura 3.12 - Rastreabilidade metrológica do esquadro de granito	Erro! Marcador não definido.
Figura 4.1 -Esquema dos ângulos gerados no esquadro	39
Figura 4.2-Exemplo de representação gráfica dos resultados.....	40
Figura 4.3 - Esquema para a obtenção de $u(\beta)$ em graus.....	41
Figura 4.4- Desvio de retitude em relação a uma linha de ajuste	42
Figura 5.1- Valores de erro experimental e respetivo desvio padrão.....	45
Figura 5.2 - Representação gráfica dos valores obtidos pelo MMQ no XGenline e Octave	46
Figura 5.3 - Representação gráfica dos valores obtidos pelo MAE no Excel.....	46
Figura 5.4 - Representação gráfica dos valores obtidos pelo MMQ no Excel.....	46

Índice de tabelas

Tabela 2.1- Grandezas base e os seus símbolos.....	7
Tabela 2.2-Exemplo para a análise da incerteza de medição.....	14
Tabela 2.3- Fatores de expansão e graus de liberdade efetivos	15
Tabela 3.1- Unidades e símbolo do ângulo plano.....	19
Tabela 3.2 - Unidades não SI do ângulo plano	20
Tabela 3.3- Símbolos usados no toleranciamento geométrico.....	21
Tabela 3.4-Exemplo da indicação, descrição e interpretação da tolerância de perpendicularidade ...	21
Tabela 3.5 - Tabela criada para o registo de observações na posição ME.....	30
Tabela 3.6 - Tabela criada para o registo de observações na posição MD	30
Tabela 4.1- Valores de desvio padrão máximo e erro experimental obtidos	33
Tabela 4.2- Avaliação da incerteza de medição no ponto H=50 mm	37
Tabela 4.3- Valores obtidos da incerteza padrão e incerteza expandida.....	37
Tabela 4.4- Resultados obtidos para a reta de ajuste pelos diferentes softwares	39
Tabela 4.5- Dados obtidos para erro de perpendicularidade e ângulo do esquadro.....	41
Tabela 4.6- Dados obtidos do desvio de retitude pelo MAE com o Excel	43
Tabela 4.7- Valores obtidos para a retitude	43
Tabela 5.1 - Resultados obtidos para a retitude	47
Tabela 5.2- Resultado obtidos para o erro de perpendicularidade.....	47

Abreviaturas, Siglas e Acrónimos

CGPM	Conferência Geral de Pesos e Medidas
DIN	<i>Deutsches Institut für Normung</i>
GUM	<i>Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement</i>
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IM	Instrumentos de Medição
IPQ	Instituto Português da Qualidade
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
LCO	Laboratório de Comprimento
LMN	Laboratório Nacional de Metrologia
MAE	Método de Ajuste dos Extremos
MD	Medição Direita
ME	Medição Esquerda
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
NP	Norma Portuguesa
NPL	National Physical Laboratory
SI	Sistema Internacional de Unidades
SPQ	Sistema Português da Qualidade
TS	<i>Technical Specification</i>
VIM	Vocabulário Internacional de Metrologia

Simbologia

$artg(\beta)$	Arco tangente do ângulo β
a_+	Valor limite superior
a_-	Valor limite inferior
$A_L(h)$	Perfil vertical do esquadro na posição à esquerda da coluna
$A_R(h)$	Perfil vertical do esquadro na posição à direita da coluna
b	Ordenada na origem
c_i	Coefficiente de sensibilidade
E_{exp}	Erro experimental
E_N	Erro normalizado
E_{teo}	Erro teórico
f	Função de dependência entre X e Y
$f_N(h)$	Perfil da coluna de medição
$f_w(h)$	Perfil vertical do esquadro
H	Altura na coluna de medição
k	Fator de expansão
m	Declive da reta
$máx\{p, v\}$	Maior valor de desvio de retitude local positivo
$máx\{v, p\}$	Maior valor de desvio de retitude local negativo
\overline{ME}	Medição à esquerda da coluna de medição
\overline{MD}	Medição direita da coluna de medição
n	Número de observações
\bar{q}	Média das observações
q_j	Valores observados
r_H	Desvio de retitude local
$s(q)$	Desvio padrão experimental
$s(\bar{q})$	Desvio padrão experimental da média
$tg(\beta)$	Tangente do ângulo β

U	Incerteza expandida de medição
$u(CalC)$	Incerteza padrão de medição associada à calibração do comparador
$u(CalDL)$	Incerteza padrão de medição associada à calibração do <i>data logger</i>
$u(\bar{q})$	Incerteza padrão de medição associada a \bar{q}
$u(R)$	Incerteza padrão associada à reprodutibilidade
$u(ResC)$	Incerteza padrão associada à resolução do comparador
$u(Retitude)$	Incerteza padrão associada à retitude
$u(T)$	Incerteza padrão associada à variação de temperatura
$u(x_i)$	Incerteza padrão da grandeza de entrada x_i
$u(y)$	Incerteza padrão associada à grandeza de saída y
U_a	Incerteza de medição expandida do laboratório participante
$u_a(y)$	Incerteza padrão do laboratório participante
U_{ref}	Incerteza expandida de medição de referência
v_{ef}	Número de graus de liberdade
X	Grandeza de entrada
x_a	Resultado de medição do laboratório
x_{ref}	Resultado de medição de referência
Y	Grandeza de saída
β	Erro de perpendicularidade
α	Ângulo do esquadro
ΔH	Variação da altura H
ΔT	Variação da temperatura
$\gamma_{granito}$	Coefficiente de expansão térmica do granito

1. Introdução

A metrologia é de muita importância para a sociedade, pois todas as formas de medição, física e química, influenciam a qualidade do mundo em que vivemos, como por exemplo: toda a rede de serviços fornecedores de comunicações depende da metrologia para que a sua operação seja eficiente e confiável, tal como o sucesso económico dos países que depende da capacidade de fabricar e comercializar produtos e componentes feitos com exatidão ou a saúde humana que depende da capacidade de se poder fazer um diagnóstico rigoroso e em que as medições (resultados) sejam fiáveis. Assim, é indispensável ter à disposição instrumentos de medição em que os seus resultados sejam confiáveis. Esta confiança é realçada com a crescente utilização de unidades e de procedimentos de medição comuns bem como o reconhecimento e a acreditação de laboratórios nos diferentes países.

1.1. Contexto geral

Na indústria, os processos de fabricação são cada vez mais desenvolvidos tendo como base a redução de custos e tempo de produção, visando sempre obter a melhor qualidade. Para garantir a qualidade do produto é necessário haver um controlo dimensional, isto é, controlar as especificações técnicas do processo de fabricação de um produto [1]. Contudo durante o projeto de um componente, as especificações, dimensões e formas são baseadas em geometrias ideais que devido a erros geométricos das máquinas ferramentas utilizadas no processo de fabricação, torna impossível que essas dimensões e formas na prática sejam ideais. De forma a avaliar os possíveis erros nos componentes fabricados é necessário que existam sistemas de medição flexíveis, rápidos e confiáveis.

Na indústria da fabricação, o ângulo de 90° , ou a perpendicularidade, tem grande importância. Por exemplo, as máquinas de medição de coordenadas geralmente possuem um sistema de coordenadas ortogonais. Em aplicações onde é necessária uma elevada exatidão, a ortogonalidade da máquina ou do instrumento de medição pode ser verificada e ajustada, utilizando esquadros padrão geralmente de granito, aço ou cerâmica [1].

Nesta dissertação foram estudados os esquadros de granito, que para serem utilizados como padrão têm de estar calibrados e respeitar as tolerâncias de retitude e perpendicularidade indicadas na norma DIN 875:2 [2].

O trabalho que foi desenvolvido neste estudo resultou da necessidade de demonstração da equivalência dos padrões e/ou equipamentos de medição e consequente reconhecimento dos certificados de calibração e medição emitidos pelos laboratórios acreditados.

A avaliação do desempenho dos laboratórios pode ser levada a cabo através da participação em comparações interlaboratoriais, ou ensaios de aptidão, onde é avaliada a compatibilidade dos resultados de medição reportados por cada um dos laboratórios participantes.

Cabe ao Laboratório de Comprimento (LCO) do Instituto Português da Qualidade (IPQ), definir quais os padrões mais representativos da atividade metrológica nacional a nível do ângulo plano e promover a realização de ensaios de aptidão. De modo a avaliar outros tipos de competência técnica, que não apenas a da calibração de sutas (padrão itinerante dos dois últimos ensaios), foi proposta a realização de um novo ensaio, desta vez com um novo padrão: o esquadro.

O facto de este tipo de calibração corresponder a um patamar intermédio da cadeia de rastreabilidade metrológica de padrões de ângulo plano, cujo serviço é prestado apenas a nível nacional, por laboratórios acreditados, leva à necessidade, por parte do LCO, do estudo e definição prévio das mensurandas a avaliar, bem como ao desenvolvimento e implementação do, ou dos métodos de calibração de esquadros e dos tratamentos matemáticos aplicáveis aos valores medidos

Esta dissertação foi desenvolvida no Laboratório de Comprimento do Departamento de Metrologia do Instituto Português da Qualidade.

1.2. Objetivos e metodologia do estudo

O objetivo principal do estudo é a caracterização do esquadro de granito, presente no LCO, para que este possa vir a ser um padrão itinerante. De forma a desenvolver este estudo foram propostas as seguintes tarefas:

- Definição das mensurandas a determinar na calibração de esquadros e dos padrões de referência a utilizar;
- Estudo de métodos a implementar;
- Implementação prática e realização de medições;
- Tratamento matemático dos valores medidos para as mensurandas;
- Avaliação da incerteza de medição expandida para as mensurandas.

Assim a primeira fase passou pela pesquisa sobre o estado da arte no que respeita a documentos publicados sobre o equipamento de medição em estudo, o esquadro. Tratando-se de um equipamento de medição existente no laboratório, a primeira pesquisa foi dirigida ao sector da normalização, no sentido de identificar normas que contenham as especificações técnicas e metrológicas dos esquadros. O segundo passo foi a identificação da legislação aplicável ao controlo metrológico do equipamento. Por fim, foi realizada uma pesquisa de base mais científica para determinar os métodos de tratamento matemático e estatísticos aplicáveis na avaliação das mensurandas do esquadro.

Seguiu-se a implementação e o desenvolvimento de métodos de medição das mensurandas definidas e a comparação dos resultados de medição em função do tratamento estatístico aplicado. A conclusão da dissertação passou ainda pela abordagem à incerteza de medição do processo de calibração implementado e à rastreabilidade metrológica do processo com a calibração do padrão de referência utilizado, o comparador. O conjunto destas etapas define o procedimento de calibração de esquadros. A verificação da compatibilidade entre os dois métodos de ajuste linear utilizados, permitirá definir os requisitos a utilizar no plano de execução do ensaio de aptidão ou de intercomparação sobre a calibração de esquadros.

1.3. Estrutura da dissertação

A presente dissertação está dividida em seis capítulos.

No primeiro capítulo, designado de “*Introdução*”, é feito um enquadramento do estudo e exposto os objetivos e a metodologia de trabalho.

O segundo capítulo, intitulado de “*Introdução à metrologia*” ocupa-se de apresentar os conceitos relacionados com esta temática, dando destaque à calibração de instrumentos de medição e à avaliação da incerteza de medição em calibração. É também dado a conhecer de uma forma genérica o Instituto Português da Qualidade.

No terceiro capítulo, denominado de “*Proposta do processo de medição*”, é caracterizado o esquadro bem como as mensurandas a calibrar, sendo apresentados alguns conceitos geométricos, necessários para a caracterização das mensurandas. Neste capítulo são analisados os vários métodos de medição e de tratamento de dados já existentes, e tendo em conta os equipamentos de trabalho apresentados foi escolhido um método e apresentado o procedimento de medição.

O quarto capítulo, designado de “*Tratamento de dados*”, expõe o tratamento dos dados obtidos de forma a determinar as mensurandas definidas no capítulo anterior.

No quinto capítulo, intitulado de “*Discussão dos resultados obtidos*”, são apresentados e discutidos os principais resultados deste estudo.

No sexto capítulo, denominado de “*Conclusões e trabalhos futuros*”, são apresentadas as conclusões do estudo e propostas sugestões para futuros trabalhos.

2. Introdução à metrologia

A metrologia é a ciência da medição que engloba todos os aspetos teóricos e práticos relacionados com a medição, qualquer que seja a incerteza de medição e o campo de aplicação [3]. Tem como tarefas principais a definição e a realização, por métodos científicos, das unidades de medida internacionalmente aceites, bem como o estabelecimento de cadeias de rastreabilidade, documentando a exatidão de uma medição [4].

A metrologia por sua vez engloba a Metrologia Científica, onde se enquadra este estudo e que tem como objetivo a organização e o desenvolvimento de padrões de medição e a sua manutenção, a Metrologia Industrial, que tem como objetivo assegurar o funcionamento adequado dos instrumentos de medição utilizados na indústria bem como nos processos de produção e ensaio e a Metrologia Legal, que está relacionada com a exatidão das medições quando estas têm influência na transparência de transações comerciais, saúde e segurança [4].

2.1. Evolução histórica da metrologia em Portugal

Desde os primórdios da constituição de Portugal que os governantes manifestaram interesse pelos pesos e medidas, dada a sua importância para as transações comerciais e para o desenvolvimento do país. O crescimento e a intensificação das trocas de mercadoria criavam uma necessidade: a definição clara de sistemas de unidades que contivessem múltiplos e submúltiplos da unidade tomada como padrão [5].

A primeira tentativa de uniformização nacional ocorreu no Reinado de D. Pedro I [5] quando, em 1361, se tomou pela primeira vez a decisão de uniformização dos pesos e medidas.

Neste período medieval as grandezas consideradas com maior importância eram o comprimento, o peso, e o volume. Para medições de comprimento usava-se como unidade a alna e o côvado enquanto que para o volume era utilizado o almude [5].

Anos mais tarde, no reinado de D. João II [5], Portugal adotou o marco de Colónia para as medições de peso, que já era bastante utilizado na Europa, revelando assim a importância da internacionalização dos pesos e medidas, fruto das crescentes trocas comerciais [5].

No reinado de D. Manuel I com as Ordenações Manuelinas [5] foi adotada uma reforma que visou clarificar os sistemas de unidades para as várias aplicações correntes no comércio.

Esta reforma teve grande importância e êxito no domínio do Peso, pois todos os concelhos foram dotados de novos padrões, cópias de padrões reais. O mesmo não se passou com as reformas às unidades dos volumes, que apesar de terem sido proposta novas unidades não foram abolidas as antigas, mantendo-se o seu uso em paralelo com as novas.

Anos mais tarde, já sob o reinado de D. Sebastião, institui-se uma reforma às unidades de volume tendo sido adotada uma política idêntica às do reinado de D. Manuel ao serem distribuídas cópias dos padrões reais de volume a todos os concelhos [5].

No século XVIII assiste-se á revolução francesa e ao nascimento do Sistema Métrico Decimal baseado na unidade de medida - o metro. Portugal estava na altura sob o reinado de D. João VI [5] que colheu influências das sociedades europeias e com isto aplicou mais uma reforma às unidades de medida.

Em 28 de Dezembro de 1814 [5] que D. João VI mandou executar novos padrões de pesos e medidas que viriam a ser feitos no Arsenal do Exercito segundo protótipos trazidos de França. Contudo Portugal não adotou a terminologia definida pelo Sistema Métrico Decimal, por exemplo em vez do metro como unidade de base foi tomada a “mão-travessa” e só em 1852 [5], com Decreto de D. Maria II, é adotado o sistema com a respetiva nomenclatura original. Esta reforma cobria as medidas de comprimento, volume e massa, estabelecendo entre elas relações de equivalência [5].

A convenção do metro foi assinada em 1875 por 17 países, incluindo Portugal [5].

O desenvolvimento científico e tecnológico que ocorreu desde a Convenção do Metro exigia medições cada vez mais exatas e em domínios antes não incluídos.

Assim, desde o século XIX, a Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM) tem vindo a atualizar o sistema, nomeadamente através da aprovação de novas unidades [5].

2.2. Sistema Internacional de Unidades

O Sistema Internacional de Unidades (SI), foi estabelecido em 1960 [5] pela 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM).

Este define os nomes, símbolos e definições das unidades, bem como os prefixos e símbolos dos múltiplos e submúltiplos das mesmas unidades, contemplando ainda recomendações para a escrita e para a utilização dos símbolos aprovados pela CGPM.

O sistema SI é composto por sete unidades de base, que em conjunto com as unidades derivadas formam um sistema de unidades coerente. Uma unidade de base é uma unidade de medida que é adotada por convenção para uma grandeza base e analogamente uma unidade derivada é uma unidade de medida de uma grandeza derivada num dado sistema de grandezas [5].

As unidades derivadas são expressas em unidades de base utilizando os símbolos matemáticos de multiplicação e de divisão.

Na tabela 2.1 apresentam-se as sete unidades de base adotadas e recomendadas pela CGPM.

Tabela 2.1- Grandezas base e os seus símbolos [5]

Grandeza Base	Unidade base	Símbolo
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
intensidade de corrente elétrica	ampere	A
temperatura termodinâmica	kelvin	K
quantidade de matéria	mole	mol
intensidade luminosa	candela	cd

Adicionalmente existem determinadas unidades que não pertencem ao SI mas que são aceites para utilização como unidades do SI.

2.3. Conceitos metrológicos gerais

A terminologia a utilizar quando nos referimos à ciência da medição é apresentada no Vocabulário Internacional de Metrologia (VIM). Desta referência bibliográfica existem alguns conceitos metrológicos, no contexto desta dissertação, que são importantes destacar, nomeadamente:

Mensuranda: grandeza que se pretende medir.

Padrão de medição: Realização da definição duma dada grandeza, com um valor determinado e uma incerteza de medição associada, utilizada como referência.

Calibração: Operação que estabelece, sob condições especificadas, numa primeira etapa, uma relação entre os valores e as incertezas de medição fornecidos por padrões e as indicações correspondentes com as incertezas associadas; numa segunda etapa, utiliza esta informação para estabelecer uma relação visando a obtenção dum resultado de medição a partir duma indicação.

Medição: processo de obtenção experimental de um ou mais valores que podem ser razoavelmente atribuídos a uma mensuranda. Para a execução de uma medição é necessário estabelecer-se um procedimento de medição. Este, é um conjunto de operações descritas pormenorizadamente envolvidas na realização de uma medição.

Comparabilidade metrológica: Comparabilidade de resultados de medição que, para grandezas duma dada natureza, são rastreáveis metrologicamente à mesma referência.

Compatibilidade metrológica: Propriedade dum conjunto de resultados de medição correspondentes a uma mensuranda especificada, tal que o valor absoluto da diferença entre os valores medidos de todos os pares de resultados de medição é menor que um certo múltiplo escolhido da incerteza-padrão desta diferença.

Rastreabilidade metrológica: é uma propriedade de um resultado de medição pela qual tal resultado pode ser relacionado a uma referência através de uma cadeia interrupta e documentada de calibrações, cada uma contribuindo para a incerteza de medição. A sequência de padrões e calibrações utilizada para relacionar um resultado de medição a uma referência designa-se de cadeia de rastreabilidade.

Erro de medição: Diferença entre o valor medido de uma grandeza e um valor de referência.

Incerteza de medição: Parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão de valores atribuídos a uma mensuranda a partir das informações usadas. É uma propriedade que deve acompanhar intrinsecamente toda a medição, seja no ato de realização de uma calibração, de um ensaio ou na definição de uma tolerância, sendo assim uma estimativa que quantifica a confiabilidade do resultado de uma medição.

Nas secções 2.4 e 2.5 são apresentados com maior pormenor o conceito de calibração e de incerteza de medição pois foi necessário um conhecimento mais aprofundado destes para o desenvolvimento do estudo.

2.4. Calibração de instrumentos de medição

A fiabilidade do resultado de medição de um instrumento é garantida através da cadeia de rastreabilidade do mesmo sendo que, para assegurar a rastreabilidade de uma medição é necessário efetuar calibrações periódicas [6]. Todos os instrumentos e padrões envolvidos num processo produtivo e que interferem na qualidade do produto devem ser calibrados.

Na execução de uma calibração deve-se começar por listar e caracterizar todos os equipamentos e padrões de medição utilizados, seleccionando-se de seguida o respetivo método de calibração mais adequado, tendo em conta os equipamentos disponíveis e o seu campo de utilização [6].

A partir dos dados obtidos na calibração é possível [6]:

- Analisar o comportamento e desempenho do instrumento;
- Determinar ações corretivas no instrumento;
- Determinar se, nas condições em que foi calibrado, o instrumento está em conformidade com uma norma ou tolerância do produto a ser medido;
- Determinar outras propriedades metrológicas tais como o efeito das grandezas de influência;
- Assegurar a rastreabilidade aos padrões nacionais e internacionais.

O resultado de uma calibração geralmente é reportado num relatório ou certificado de calibração, onde são apresentados os valores obtidos das mensuradas avaliadas juntamente com a incerteza de medição expandida (conceito que vai ser abordado na secção 2.5).

A demonstração da equivalência dos resultados de medição é realizada através da avaliação da compatibilidade dos resultados de medição, por exemplo, para um mesmo equipamento itinerante [7].

A nível nacional, os laboratórios acreditados são as entidades que realizam a maioria das calibrações de padrões e equipamentos de medição.

A avaliação do desempenho dos laboratórios participantes, ou seja, dos diferentes resultados de medição reportados, é maioritariamente obtida através do cálculo do erro normalizado E_n dado pela equação 2.1 [7].

$$E_n = \frac{x_i - x_{ref}}{\sqrt{U_i^2 + U_{ref}^2}} \quad (2.1)$$

Em que:

E_n : Erro normalizado

x_a : Valor de medição do laboratório participante

x_{ref} : Valor de referência

U_a : Incerteza expandida associada a x_i

U_{ref} : Incerteza expandida associada a x_{ref}

O desempenho no processo de calibração e a consequente compatibilidade de resultados é satisfatório se [7]:

$$E_n \leq 1 \quad (2.2)$$

Um valor medido deve resultar de várias medições independentes e reprodutíveis, sendo que o valor resultante será a média das indicações.

Para estimar o quão exato é o valor medido é necessário avaliar a incerteza de medição, quantificando a dúvida sobre o valor medido.

2.5. Avaliação da incerteza de medição em calibração

A avaliação da incerteza de medição neste estudo foi feita de acordo com o método GUM [8] (*Guide to expression of Uncertainty in Measurement*), que é baseado na definição de uma relação funcional entre uma grandeza aleatória de saída e as várias grandezas de entrada.

A declaração de um resultado de medição só está completo se incluir o valor atribuído à mensuranda e a incerteza de medição associada a esse valor [8]. Quanto maior for a incerteza, menor será a confiabilidade desse resultado. Para se exprimir a incerteza de medição são utilizados dois parâmetros: um intervalo e um nível de confiança [8].

Os fenômenos que contribuem para a incerteza são chamados de fontes de incerteza. São vários os fatores que contribuem como fonte de incerteza de medição, dos quais se destacam [9]:

- Amostragem não representativa;
- Conhecimento inadequado da influência das condições ambientais ou medição deficiente da mesma;
- Erros de leitura de instrumentos analógicos;
- Resolução finita dos instrumentos ou limiar de mobilidade;
- Valores inexatos dos padrões, materiais de referência, constantes e/ou outros parâmetros obtidos a partir de fontes externas;
- Aproximações e hipóteses consideradas no método e no procedimento de medição;
- Variações nas observações repetidas da mensuranda, aparentemente, sob as mesmas condições.

Geralmente, na calibração de instrumentos, trabalha-se apenas com uma única mensuranda ou grandeza de saída Y , que depende de um certo número de grandezas de entrada X_i ($i = 1, 2, \dots, N$), de acordo com a relação apresentada na equação 2.3.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.3)$$

Em que:

Y : Grandeza de saída

X_i : Grandezas de entrada

f : Função de dependência entre X e Y

2.5.1. Tipos de incerteza de medição

A incerteza de medição é avaliada de acordo com os métodos de avaliação “Tipo A” ou “Tipo B”. Ambos os tipos de avaliação são baseados em distribuições de probabilidade e os componentes de incerteza resultantes de cada tipo são quantificados por variâncias ou desvios-padrão [9].

Incerteza do tipo A

A avaliação de tipo A da incerteza-padrão é o método de avaliação da incerteza resultante da análise estatística de uma série de observações [9]. Este tipo de avaliação aplica-se em condições de repetibilidade, isto é, quando são efetuadas várias observações independentes para uma grandeza de entrada nas mesmas condições de medição. Assim, para uma grandeza de entrada X_i , com n

observações ($n > 1$), o resultado de medição é igual à média aritmética \bar{q} dos valores individualmente observados q_j ($j = 1, 2, \dots, n$) sendo expressa pela equação 2.4.

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (2.4)$$

Em que:

\bar{q} : Média aritmética dos valores observados

n : Número de observações

q_j : Valores individualmente observados

A incerteza de medição associada à estimativa \bar{q} é avaliada e calculada de acordo com o seguinte processo [9]:

a) Cálculo do desvio padrão experimental $s(q)$ dos valores de q_j

$$s(q) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2} \quad (2.5)$$

b) Cálculo do desvio padrão experimental da média

$$s(\bar{q}) = \frac{s(q)}{\sqrt{n}} \quad (2.6)$$

c) Estimativa da incerteza-padrão da grandeza de entrada \bar{q}

$$(x_i) = u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (2.7)$$

Em que:

$s(q)$: Desvio padrão experimental dos valores observados

$s(\bar{q})$: Desvio experimental da média dos valores observados

$u(x_i)$: Incerteza padrão da grandeza de entrada x_i

$u(\bar{q})$: Incerteza padrão associada a \bar{q}

Incerteza do tipo B

A avaliação de tipo B da incerteza-padrão é o método de avaliação de incerteza por outros meios que não os da análise estatística de uma série de observações sendo baseada nomeadamente a partir das especificações metrológicas do fabricante, experiência ou conhecimento geral do comportamento

e propriedades de materiais e instrumentos, dados de medições prévias ou provenientes de certificados, entre outros [9].

Distribuição de probabilidades

Para o cálculo de incertezas o GUM indica um procedimento que consiste em admitir uma distribuição de probabilidades para a grandeza de entrada X_i , tais como [9]:

- A distribuição normal que é uma distribuição contínua, normalmente utilizada na avaliação da incerteza de medição do tipo A, embora exista casos de utilização na avaliação do tipo B quando existe informação de que os valores da grandeza de entrada X_i se encontram mais centrais em relação aos valores limite;
- A distribuição retangular, usada em casos em que os conhecimentos não são suficientes, mas é possível calcular os valores dos limites superiores e inferiores da grandeza de entrada x_i (por exemplo as especificações do fabricante ou intervalo de temperatura). A incerteza padrão associada a x_i é dada pela equação 2.8.

$$u(x_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{\sqrt{12}} \quad (2.8)$$

Em que:

a_+ : Valor limite superior

a_- : Valor limite inferior

$u(x_i)$: Incerteza padrão da grandeza de entrada x_i

Se a diferença entre os valores limite for $2a$, então da equação 2.8 obtém-se:

$$u(x_i) = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (2.9)$$

É necessário ter em conta que existem outras distribuições de probabilidades que não foram aqui referidas por não se enquadrarem neste estudo, tais como a distribuição triangular e a distribuição em forma-de-U [9].

2.5.2. Cálculo da incerteza de medição

Tal como referido, na calibração geralmente lida-se com uma única mensuranda ou grandeza de saída Y que depende de um certo número de grandezas de entrada X_i .

Assim, para iniciar o cálculo da incerteza de medição, em primeiro lugar deve-se exprimir em termos matemáticos a função de dependência da grandeza saída em relação às grandezas de entrada.

O passo seguinte é identificar e efetuar todas as correções significativas e listar as fontes de incerteza.

Posto isto, procede-se ao cálculo da incerteza-padrão $u(x_i)$ das grandezas de entrada de acordo com o tipo de incerteza, A ou B.

Por fim, de acordo com a equação 2.10 calcula-se, para cada grandeza de entrada x_i , a contribuição $u_i(y)$ para a incerteza da grandeza de saída e soma-se os quadrados dessa contribuição, de forma a obter o quadrado da incerteza-padrão $u(y)$ da mensuranda, pela equação 2.11 [9].

$$u_i(y) = c_i \times u(x_i) \quad (2.10)$$

$$u^2(y) = \sum_i^n u_i^2(y) \quad (2.11)$$

Em que:

$u_i(y)$: Contribuição para a incerteza-padrão de Y

$u(x_i)$: Incerteza padrão da grandeza de entrada x_i

c_i : Coeficiente de sensibilidade

$u(y)$: Incerteza-padrão da grandeza de saída Y

n : Número de observações

O coeficiente de sensibilidade c_i , descreve como a estimativa da grandeza de saída y é influenciada pelas variações de cada uma das estimativas das grandezas de entrada x_i .

Um dos métodos para avaliar essa estimativa é feito de acordo com a equação 2.12 [9].

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (2.12)$$

Em que:

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$: Derivada parcial da função f em relação à grandeza x_i

Na tabela 2.2, apresenta-se um exemplo para a avaliação da incerteza de medição. A incerteza-padrão associada ao resultado de medição, $u(y)$, dada no canto inferior direito da tabela, é a raiz quadrada da soma dos quadrados de todas as contribuições, $u_i(y)$, para essa incerteza padrão.

Tabela 2.2-Exemplo para a análise da incerteza de medição [9]

Grandeza	Estimativa	Incerteza-padrão	Distribuição de probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza-padrão
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$		c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$		c_2	$u_2(y)$
...
X_N	x_N	$u(x_N)$		c_N	$u_N(y)$
Y	y				$u(y)$

O cálculo da incerteza padrão, através da equação 2.11 é utilizado quando as grandezas de entrada não são correlacionadas entre si (tal como acontece neste estudo).

Assim, quando as grandezas de entrada são correlacionadas entre si, ou seja, mutuamente dependentes, a estimativa para a incerteza considera as covariâncias associadas, e é dada pela Lei da Propagação de Incerteza retratada na equação 2.13.

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i, x_j) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (1/2 c_{ij}^2 + c_{ijj}) u^2(x_i) u^2(x_j) \quad (2.13)$$

2.5.2.1. Incerteza de medição expandida

Embora a incerteza-padrão $u(y)$ possa ser usada para expressar a incerteza de um resultado de medição, em algumas aplicações comerciais, industriais e reguladoras é muitas vezes necessário fornecer uma medida de incerteza que defina um intervalo em torno do resultado de medição, com o qual se espera abranger uma extensa fração da distribuição de valores que podem ser atribuídos à mensuranda [9].

Assim, surge a incerteza de medição expandida U , que pode ser obtida aplicando a equação 2.14, multiplicando a incerteza-padrão $u(y)$ da estimativa da grandeza de saída, por um fator de expansão k [8].

$$U = k \times u(y) \quad (2.14)$$

Em que:

U : Incerteza de medição expandida

k : Fator de expansão

$u(y)$: Incerteza padrão da grandeza Y

O fator k corresponde a uma determinada probabilidade de expansão, cujo valor é baseado numa distribuição t de *Student* e será escolhido com base no nível de confiança requerido [9].

Nos casos em que uma distribuição normal possa ser atribuída à mensuranda e a incerteza-padrão associada à estimativa da grandeza de saída tenha suficiente fiabilidade, pode ser usado o fator de expansão $k = 2$ [9]. Neste caso, a incerteza expandida atribuída corresponde a uma probabilidade de expansão de aproximadamente 95%. Estas condições são cumpridas, na maioria dos casos encontrados, nos trabalhos de calibração [9].

Nos restantes casos, é necessário obter um fator de expansão adequado que garanta uma probabilidade de expansão de 95% e para isso é necessário determinar os graus de liberdade efetivos.

O número de graus de liberdade efetivos é uma medida adequada de fiabilidade da incerteza-padrão da estimativa da grandeza de saída.

O número de graus de liberdade efetivos v_{ef} da incerteza-padrão $u(y)$ é calculado através da fórmula de Welch-Satterthwaite [9]:

$$v_{ef} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (2.15)$$

Em que:

v_i : número de graus de liberdade efetivos da componente da incerteza-padrão $u_i(y)$

Para uma incerteza-padrão, obtida de uma avaliação de tipo A o número de graus de liberdade é dado por $v_i = n - 1$ [9].

Para uma incerteza-padrão avaliada por tipo B os graus de liberdade são considerados como $v_i \rightarrow \infty$. Nesta hipótese, são definidos os limites inferior a_- e superior a_+ para que a probabilidade de a grandeza estar fora destes limites seja extramente pequena [9].

O fator de expansão k é obtido através da tabela 2.3 que foi construída com base na distribuição t de *Student*, avaliada para uma probabilidade de expansão de 95,45%. No caso do valor de v_{ef} calculado não ser inteiro, trunca-se v_{ef} para o inteiro imediatamente inferior.

Tabela 2.3- Fatores de expansão e graus de liberdade efetivos

v_{ef}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

Assim, na calibração de equipamentos de medição o resultado de medição a ser apresentado no certificado de calibração consiste na estimativa y da mensuranda e na incerteza expandida associada, tal como indicada na equação 2.16 [9].

$$Y = \bar{y} \pm U \quad (2.16)$$

2.6. Instituto Português da Qualidade

O Instituto Português da Qualidade é um instituto público que tem por missão a coordenação do Sistema Português da Qualidade (SPQ) e de outros sistemas de qualificação regulamentar que lhe forem conferidos por lei, a promoção e a coordenação de atividades que visem contribuir para demonstrar a credibilidade da ação dos agentes económicos, bem como o desenvolvimento das atividades inerentes à sua função de Organismo Nacional de Normalização e de Laboratório Nacional de Metrologia [10].

Como Organismo Nacional de Normalização, compete ao IPQ, designadamente, promover a elaboração de normas portuguesas, garantindo a coerência e a atualidade do acervo normativo nacional e promover o ajustamento de legislação nacional sobre produtos às normas da União Europeia [10].

O departamento de metrologia é um dos 4 departamentos do IPQ e tem como unidades orgânicas o Laboratório Nacional de Metrologia (LNM) e a Metrologia Legal. O Museu da Metrologia integra também este departamento [11].

Ilustra-se na figura 2.1 a estrutura organizacional do Departamento de Metrologia, do IPQ.



Figura 2.1 - Estrutura organizacional do DMET [11]

A Metrologia Legal é responsável pelo controlo metrológico, elaboração da legislação metrológica, qualificação e acompanhamento de outras entidades da rede de organismos que atuam neste domínio.

O Museu de Metrologia garante a preservação, o estudo e a divulgação do espólio metrológico com interesse histórico.

Ao LNM compete garantir o rigor e a exatidão das medições realizadas, assegurando a sua comparabilidade e rastreabilidade a nível nacional e internacional, assim como a realização, manutenção e desenvolvimento das unidades de medida [11]. O LNM exerce as suas atribuições em áreas laboratoriais próprias e nos domínios metrológicos de comprimento, ângulo plano, tempo/frequência, fotometria, eletricidade, temperatura, acústica, massa e grandezas derivadas, quantidade de matéria e eletroquímica [11].

Este estudo foi desenvolvido no laboratório dos domínios de comprimento e ângulo plano, incumbindo-lhe designadamente a realização prática da definição do metro e do radiano, a realização de comparações de padrões ou ensaios de aptidão e a disseminação das unidades através de calibrações.

3. Proposta do processo de calibração do esquadro de granito

Para que o esquadro de granito em estudo venha a ser utilizado como um padrão itinerante é necessário conhecer as suas dimensões e as características metrológicas e geométricas. Definindo-se assim o esquadro e com base nos equipamentos de medição disponíveis no LCO e o estudo de métodos aplicáveis a este caso, elaborou-se um procedimento de medição.

3.1. Grandezas em estudo

As grandezas a medir neste trabalho são de ângulo plano e de comprimento, cujas unidades SI são o radiano e o metro, respetivamente.

O **metro** é a unidade de base da grandeza comprimento, definida como sendo: “o comprimento do trajeto percorrido pela luz, no vazio, durante um intervalo de tempo de $1/299\,792\,458$ do segundo” [12].

O **ângulo plano** é a região de um plano determinada pelo encontro de duas semi-retas que possuem uma origem em comum, designada vértice do ângulo [12].

O radiano é a unidade derivada do SI da grandeza ângulo plano e é definido como sendo: “o ângulo compreendido entre dois raios que, na circunferência de um círculo, intersectam um arco de comprimento igual ao raio desse círculo” [12].

Na tabela 3.1 apresenta-se os símbolos e as unidades SI do ângulo plano.

Tabela 3.1- Unidades e símbolo do ângulo plano [12]

Ângulo Plano			
Unidade SI	Símbolo	Expresso em outras unidades SI	Expresso em unidade base
radiano	rad	1	m/m

Existem outras unidades não SI do ângulo plano, mas que também são aceites pelo CGPM porque são frequentemente utilizadas na vida quotidiana.

Ilustra-se na tabela 3.2 as unidades não SI correspondentes ao ângulo plano.**Erro! A origem da referência não foi encontrada.**

Tabela 3.2 - Unidades não SI do ângulo plano

Grandeza derivada	Nome da unidade	Símbolo	Valor em unidades SI
Ângulo Plano	grau	°	$1^\circ = (\pi/180) \text{ rad}$
	minuto	'	$1' = (1/60)^\circ = (\pi/10\,800) \text{ rad}$
	segundo	''	$1'' = (1/60)' = (\pi/648\,000) \text{ rad}$

3.2. Conceitos geométricos

As imprecisões inevitáveis dos meios de fabrico, bem como o desgaste nos órgãos mecânicos em uso, podem alterar a forma e o posicionamento relativo de determinado elemento. Estas alterações ou erros podem comprometer a funcionalidade da própria peça, surgindo a necessidade de os caracterizar para conhecer os parâmetros ou limites que permitam garantir a fiabilidade do respetivo elemento [13].

O toleranciamento dimensional só permite limitar os erros de fabrico ao impor limites admissíveis de variação para as dimensões das peças, enquanto que o toleranciamento geométrico permitirá toleranciar de modo rigoroso a forma, a orientação e a localização dos elementos ou partes de uma peça [13]. Por outro lado, o toleranciamento geométrico permite uma melhor especificação e interpretação dos desenhos.

As tolerâncias geométricas são definidas para um dado elemento, com base nos requisitos funcionais, limitando erros geométricos cometidos no fabrico das peças ao impor variações máximas admissíveis na forma e localização dos diferentes elementos ou partes de uma peça. Estas variações são estabelecidas a partir da forma ou posição geometricamente perfeita.

Uma tolerância geométrica aplicada a um elemento, define uma zona de tolerância na qual o elemento (superfície, plano ou eixo) deve estar contido. A zona de tolerância é o espaço limitado por uma ou várias linhas ou superfícies geometricamente ideais [14].

Os desvios geométricos dos objetos fabricados podem ser [14]:

- Desvios de forma: desvios que dizem respeito a elementos geométricos isolados;
- Desvios de orientação e de posição: desvios que dizem respeito a elementos geométricos associados;
- Desvios de batimento: desvios globais verificados durante a rotação de um elemento geométrico em torno de um eixo de referência.

Os símbolos geométricos, indicam o tipo de relação a aplicar entre os elementos. Estes símbolos estão normalizados de acordo com a norma ISO 1101 [14], sendo apresentados na tabela 3.3.

Tabela 3.3- Símbolos usados no toleranciamento geométrico [14]

Classe	Símbolo	Característica Toleranciada	Indicação do Referencial
FORMA		Retitude	NUNCA
		Planeza	
		Circularidade	
		Cilindricidade	
		Forma de um contorno	PODEM USAR
		Forma de uma superfície	
ORIENTAÇÃO		Paralelismo	SEMPRE
		Perpendicularidade	
		Angularidade	
LOCALIZAÇÃO		Posição	SEMPRE
		Concentricidade ou coaxialidade	
		Simetria	
BATIMENTO		Batimento circular	SEMPRE
		Batimento total	

Num desenho técnico, as tolerâncias geométricas são inscritas num retângulo, dividido em duas ou mais partes, consoante as informações relativas ao toleranciamento que se pretende inserir.

O conceito de referencial está associado à definição de uma propriedade geométrica de um elemento relativamente a outro (referencial). Na tabela 3.4 tem-se como exemplo uma superfície onde está indicada a tolerância de perpendicularidade, a qual é necessária a indicação de um referencial.

Tabela 3.4-Exemplo da indicação, descrição e interpretação da tolerância de perpendicularidade

Indicação	Descrição	Interpretação
	<p>A tolerância de perpendicularidade deve estar contida entre dois planos paralelos que distam entre si 0,05 mm e que são perpendiculares à superfície de referência, A.</p>	<p>Superfície - Referencial A</p>

3.3. Mensurandas a calibrar

De forma a caracterizar o esquadro e tendo em conta os conceitos apresentados na secção 3.2, os requisitos da norma DIN:875 e o levantamento geométrico e dimensional realizado, executou-se o desenho técnico do esquadro, apresentado na figura 3.1.

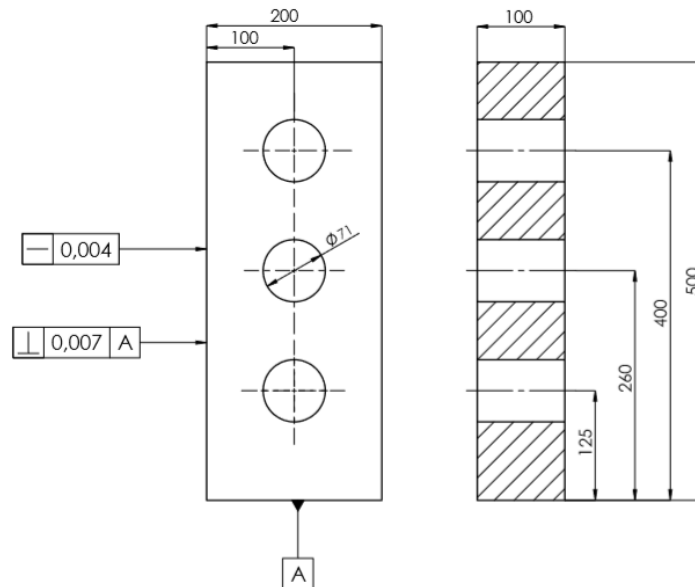


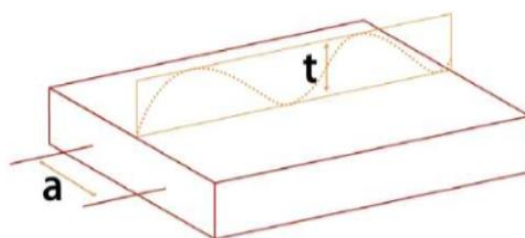
Figura 3.1 - Desenho técnico do esquadro

O desenho técnico apresenta dimensões do esquadro e as tolerâncias geométricas de retitude e perpendicularidade, que este tem de ter para pertencer à classe 00 segundo a norma DIN 875-2.

Assim, as mensurandas a calibrar serão a retitude e o erro de perpendicularidade, que são um desvio geométrico de forma e uma característica metrológica, respetivamente.

Retitude

A retitude é por definição, uma propriedade de um perfil de uma linha reta. Caracteriza uma linha no que diz respeito aos seus desvios relativamente a uma reta ideal [14]. A tolerância de retitude é a dimensão linear, t , que caracteriza a zona de tolerância, no interior da qual se deve situar a linha considerada [14], e está ilustrada na figura 3.2.



a: distância a especificar
t: dimensão da zona de tolerância

Figura 3.2 - Definição de zona de tolerância de retitude

Assim, numa das fases do estudo, pretende-se avaliar os desvios de retitude de uma linha extraída da superfície do esquadro em relação a uma reta ideal, obtido por ajuste linear.

Erro de perpendicularidade

A perpendicularidade indica que dois objetos, retas ou planos, formam um ângulo de 90° [15]. A caracterização dos desvios de perpendicularidade nos esquadros padrão pode ser determinada de acordo com definições diferentes [16], como se ilustra na figura 3.3

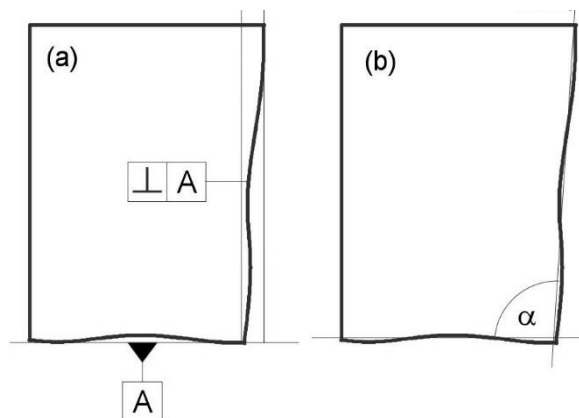


Figura 3.3- Diferentes definições de perpendicularidade

A definição de zona de tolerância de perpendicularidade segundo a ISO 1101 está relacionada com o uso funcional do esquadro e é definida como a distância entre duas linhas paralelas entre si e perpendiculares a uma referência (figura 3.3-a). A referência A é o plano no qual o esquadro está assente [16].

Uma definição alternativa é baseada na determinação do ângulo entre duas linhas retas resultantes dos perfis medidos em duas faces (figura 3.3-b), sendo que o ângulo determinado representa o ângulo do esquadro, α [16]. As linhas retas são obtidas por um ajuste numérico de acordo com o critério dos mínimos quadrados. Considerando que na definição (a), a perpendicularidade é expressa em unidades de comprimento (μm) e inclui o desvio de retitude das linhas de medição e na definição (b) a perpendicularidade é expressa em unidades angulares, sendo que a retitude deve ser indicada separadamente [16].

Numa das fases deste estudo pretende-se determinar o valor do ângulo do esquadro α , sendo necessário para a obtenção desse valor determinar o erro de perpendicularidade, β , através do processo de medição selecionado seguidamente.

3.4. Equipamentos de trabalho

Neste subcapítulo são apresentados os equipamentos utilizados para cumprir o plano de trabalhos.

O esquadro de granito e o comparador digital foram os padrões utilizados neste estudo. Os restantes equipamentos apresentados são acessórios complementares à realização do estudo.

Esquadro de granito

A principal aplicação dos esquadros é verificar a perpendicularidade ou ângulos de 90° em peças. No entanto são diversos os tipos de esquadros e conforme a sua estrutura desempenham funções diferentes. Os esquadros de granito são frequentemente utilizados na verificação direta de perpendicularidade e retitude, na calibração e verificação precisa dos eixos X-Y-Z de máquinas de medição por coordenadas [17].

O esquadro em estudo está apresentado da figura 3.4.



Figura 3.4- Esquadro de granito

Comparador digital

Este é um instrumento de medição de grande exatidão, que permite fazer medições de forma direta, ou indireta, estabelecendo no segundo caso a diferença entre um ponto a medir e uma outra de referência. O comparador, dispõe de uma unidade de controlo com três intervalos de medição de $\pm 20 \mu\text{m}$, $\pm 200 \mu\text{m}$ ou $\pm 2000 \mu\text{m}$ e resoluções de $0,01 \mu\text{m}$, $0,1 \mu\text{m}$ e $1 \mu\text{m}$, respetivamente, e um sensor indutivo usualmente designado de apalpador que regista as diferenças entre os pontos a medir.

Na figura 3.5 está ilustrado o comparador utilizado como padrão neste estudo. Na figura 3.6 apresenta-se em pormenor o apalpador, na sua posição de funcionamento (neste estudo).



Figura 3.5 - Comparador digital



Figura 3.6 - Apalpador

Nível de bolha

O nível de bolha presente no laboratório de comprimento permite verificar a horizontalidade e medir pequenas inclinações. Este foi utilizado para nivelar a mesa de trabalho. Apresenta uma resolução de 0,05 mm/m ($\cong 0,003^\circ$).

Nível eletrônico

Com o avanço da tecnologia surgiram os níveis eletrônicos, em que a indicação de inclinação é apresentada num display e com exatidão superior. O nível eletrônico presente no laboratório tem uma resolução do dispositivo afixador de 0,001 mm/m ($\cong 0,0006^\circ$) e um intervalo de medição de $\pm 1,999$ mm/m ($\cong 0,11^\circ$).

Coluna de medição

A coluna de medição é um instrumento muito versátil que apresenta diferentes aplicações em superfícies e máquinas. Esta coluna, é motorizada apresentando seis velocidades diferentes e um deslocamento de medição de 500 mm, com uma altura total de 600 mm.

Data Logger de temperatura e humidade

O data logger de temperatura e humidade é um aparelho eletrônico que tem incorporado um sensor para aquisição e registo de dados ao longo do tempo em relação à temperatura e humidade do local, onde está inserido.

3.5. Avaliação comparativa dos métodos de medição

Para a avaliação do erro de perpendicularidade e de retitude do esquadro temos como possíveis métodos:

- **Método pela técnica de reversão:** este é um método de separação de erros, que requer duas aquisições de dados na mesma face do esquadro, em que na segunda o equipamento de medição e o esquadro são rodados de 180° , tendo como objetivo mudar o sinal do erro da coluna, que não se quer incluir; a medição correta a obter é a média das duas medições; assim quando se soma as duas medições, o possível erro devido a poeiras ou sujidade na mesa onde assenta o esquadro e o erro da posição da coluna é eliminado [18].
- **Método por comparação ao esquadro de referência:** este método tal como o nome indica, compara os resultados obtidos na medição do esquadro com um esquadro de referência, permitindo obter o erro de medição do esquadro a calibrar [19].

Assim, tendo como pressupostos os equipamentos de medição disponíveis no laboratório, o trabalho prático para o desenvolvimento desta dissertação será efetuado através da implementação do método da técnica de reversão.

Na figura 3.7 apresenta-se um esquema do método de medição utilizado na técnica de reversão [20].

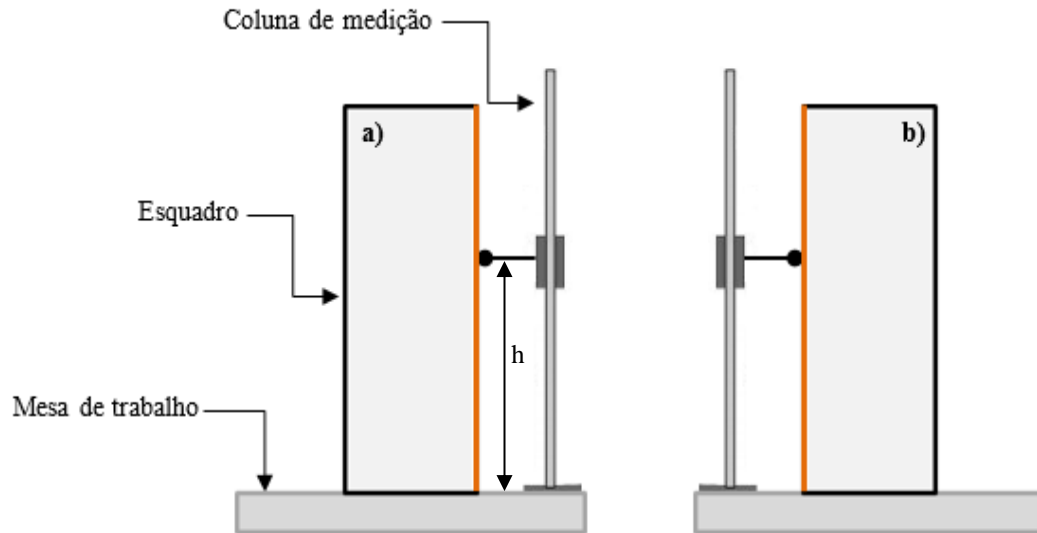


Figura 3.7 - Esquema representativo da técnica de reversão

Quando o esquadro se encontra à esquerda relativamente à coluna de medição, figura 3.7.a), o perfil vertical do esquadro resulta na equação 3.1 [20]:

$$A_L(h) = f_w(h) + f_N(h) \quad (3.1)$$

Em que:

$A_L(h)$: perfil vertical do esquadro na posição esquerda relativamente à coluna

$f_w(h)$: perfil vertical do esquadro (pontos medidos, por h)

$f_N(h)$: perfil da coluna de medição

h : coordenada vertical

Quando se aplica a técnica de reversão e se roda os equipamentos 180° , figura 3.7.b), o esquadro fica na posição à direita relativamente à coluna de medição. Nesta segunda medição o perfil vertical do esquadro resulta na equação 3.2 [20]:

$$A_R(h) = f_w(h) - f_N(h) \quad (3.2)$$

Em que:

$A_R(h)$: Perfil vertical do esquadro na posição direita relativamente à coluna

Sendo que o resultado de medição final, quando se utiliza a técnica de reversão, decorre da média das duas medições, em cada posição, o perfil da face avaliada no esquadro é dado pela equação 3.3 [20].

$$f_w(h) = \frac{A_L(h) + A_R(h)}{2} \quad (3.3)$$

Assim, verifica-se que, quando se somam as equações 3.1 e 3.2, se elimina a incógnita respeitante ao perfil da coluna de medição.

Portanto, aplicando esta técnica, o erro de posição respeitante à coluna de medição não vai influenciar os resultados de medição [20].

Sendo que, o perfil vertical do esquadro resulta num conjunto de dados (x, y) é necessário proceder a um tratamento matemático de ajuste linear desses pontos, resultando uma reta do tipo $y = mx + b$, onde m representa o declive e b a ordenada na origem da reta.

Para o tratamento matemático, com vista à determinação das mensurandas, temos por exemplo os seguintes métodos [21]:

- **Métodos dos Mínimos Quadrados (MMQ):** este método é uma técnica de otimização matemática que procura encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados, minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados.

Ilustra-se na figura 3.8 um exemplo do ajuste linear através do método dos mínimos quadrados.

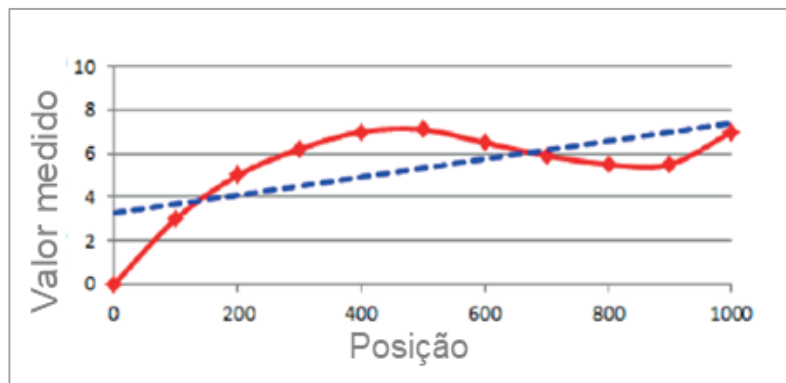


Figura 3.8 - Método dos mínimos quadrados [21]

Legenda da figura 3.8:

- Pontos medidos
- - - Reta de ajuste

- **Método de Ajuste pelos Extremos (MAE):** este método determina uma reta de ajuste que contém o primeiro e último ponto medidos.

Ilustra-se na figura 3.9 um exemplo do ajuste linear através do método de ajuste pelos extremos

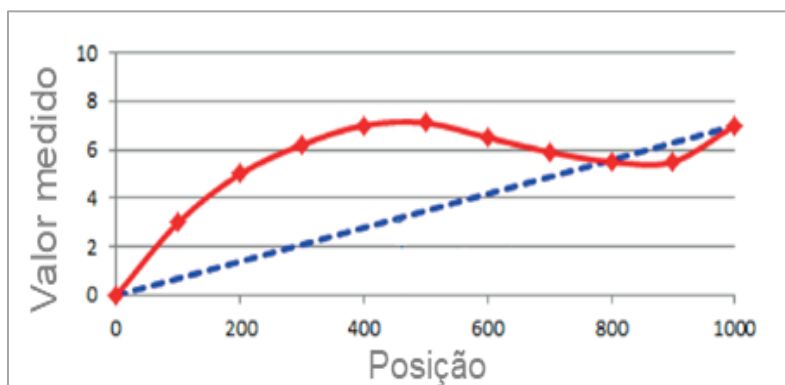


Figura 3.9 - Método de ajuste pelos extremos [21]

Para a seleção do tratamento matemático a aplicar, teve-se em conta que o método dos mínimos quadrados foi uma das primeiras técnicas desenvolvidas para a medição de desvios de forma (tal como a retitude) e é ainda frequentemente utilizada na maioria das indústrias [22].

Quanto à medição do ângulo de esquadros padrão, este método de ajuste fornece uma abordagem mais sólida pois é menos sensível aos erros de medição individuais, isto é, estes erros não vão ter uma influência significativa no resultado final.

Assim, para a avaliação do erro de perpendicularidade implementou-se o ajuste linear através do método dos mínimos quadrados.

Para a avaliação da retitude, aplicou-se o método de ajuste dos extremos e dos mínimos quadrados, de forma a ser avaliada a compatibilidade dos resultados de medição obtidos.

3.6. Procedimento implementado

Para a realização do processo de medição, os equipamentos e padrões foram colocados sobre uma mesa de granito, no LCO, que necessitou de ser nivelada com o auxílio do nível de bolha.

Antes de se iniciar as medições e o registo de dados, deve-se percorrer, com o apalpador, a face do esquadro a medir, de modo a ter uma ideia geral de como se irão comportar os resultados, para que se selecione a escala do comparador, mais adequada a utilizar.

Este conjunto de medições é repetido no mínimo 3 vezes.

A temperatura do laboratório dever ser de 20°C.

O procedimento proposto para a calibração do esquadro de granito contém as seguintes ações:

- 1) Verificação da horizontalidade da mesa de trabalho com o nível de bolha;
- 2) Colocação dos equipamentos em cima da mesa de trabalho, de acordo com a montagem referida na figura 3.10. O apalpador deve ser colocado perpendicularmente à face a medir do esquadro;

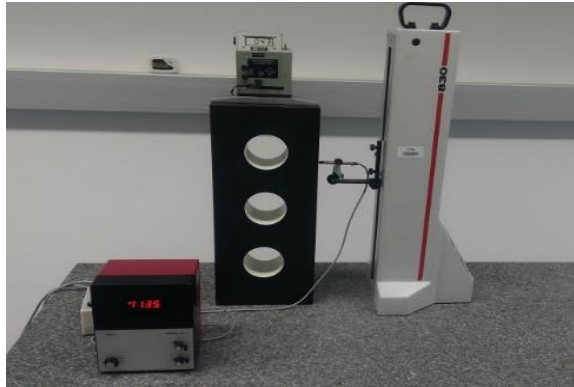


Figura 3.10 - 1ª Posição ME

- 3) Ligar os equipamentos e deixar estabilizar aproximadamente 3 horas;
- 4) Iniciar as medições na primeira posição ME (Medição Esquerda), colocando o apalpador na posição de 500 mm referente à coluna de medição. Fazer o ajuste a zero do comparador;
- 5) Repetir as medições em passos de 50 mm (ao longo de uma linha da superfície do esquadro) e registrar o par de valores indicados pela coluna de medição e pelo comparador digital;
- 6) Após terminar as medições na 1ª posição ME, rodar o esquadro e a coluna 180°, ficando na 2ª posição designada por MD (Medição Direita) como se ilustra na figura 3.11.
- 7) Seguir o mesmo procedimento utilizado na posição ME.

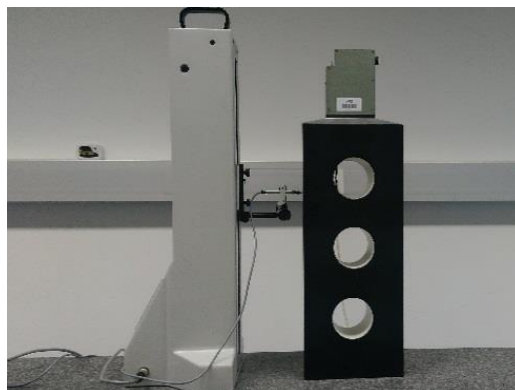


Figura 3.11- 2ª Posição: MD

3.6.1. Método de registo de observações

Nas tabelas 3.4 e 3.5, apresenta-se a tabela de registos criada numa folha de cálculo em *Excel*, para cada a posição ME e MD.

Tabela 3.5 - Tabela criada para o registo de observações na posição ME

Altura H (mm)	Posição ME						
	Escala comparador: Data:			Escala comparador: Data:			
500							
450							
400							
350							
300							
250							
200							
150							
100							
50							

Tabela 3.6 - Tabela criada para o registo de observações na posição MD

Altura H (mm)	Posição MD						
	Escala comparador: Data:			Escala comparador: Data:			
500							
450							
400							
350							
300							
250							
200							
150							
100							
50							

Começa-se por indicar a escala de medição selecionada no comutador do comparador e a data em que se fizeram as medições.

A coluna “Altura H” corresponde aos valores a medir na coluna de elevação e as duas colunas seguintes serão para completar com os dados registados pelo comparador.

A coluna \overline{ME} , \overline{MD} e “Desvio Padrão”, representam a média e o desvio padrão máximo por posição e altura H, dos diferentes valores registados pelo comparador.

É necessário ter em conta que foram realizadas várias medições, durante cinco dias e que a tabela apenas apresenta como exemplo algumas das colunas para registo dos valores medidos.

No Anexo I estão apresentadas as tabelas 3.5 e 3.6, com os respetivos valores.

3.6.2. Rastreabilidade do processo metrológico

De forma a garantir a rastreabilidade do processo metrológico foi calibrado o comparador digital, pois este foi o padrão de referência utilizado na medição do esquadro.

Assim, realizou-se um ensaio, para as amplitudes de medição de 400 μm e 40 μm , com vista à obtenção do erro de medição entre o valor medido pelo comparador e o valor medido pelo interferómetro a laser HP.

Como referência foi utilizada a informação sobre as características metrológicas para os comparadores analógicos definidas na ISO-463 [23].

No Anexo II é apresentado o Relatório de Ensaio em conformidade com os requisitos do referencial da qualidade NP EN ISO/IEC 17025 [24].

A figura 3.12 é referente à cadeia de rastreabilidade metrológica na calibração de esquadros e evidencia as relações hierárquicas que são estabelecidas de acordo com a incerteza conseguida em cada patamar da pirâmide.

4. Tratamento de dados

Após o registo dos dados observados nas duas posições, durante os cinco dias, segue-se o tratamento dos mesmos.

Com o objetivo de obter o perfil não linear da face do esquadro procedeu-se ao cálculo do erro experimental. Sendo que o método implementado para a realização das medições foi o da técnica de reversão, para se determinar o erro experimental (valor resultante) é necessário fazer a média dos valores \overline{MD} e \overline{ME} obtidos.

Assim, o erro experimental será adquirido através da equação 4.1. Com os pares de valores (H, E_{exp}) obtém-se o perfil (não linear) da face do esquadro.

$$(E_{exp})_H = \frac{(\overline{MD})_H + (\overline{ME})_H}{2} \quad (4.1)$$

Em que:

$(E_{exp})_H$: erro experimental

$(\overline{MD})_H$: Média dos valores registados na posição MD, por altura H

$(\overline{ME})_H$: Média dos valores registados na posição ME, por altura H

Na tabela 4.1 são apresentados os valores determinados para o erro experimental e o desvio padrão máximo por altura H.

Tabela 4.1- Valores de desvio padrão máximo e erro experimental obtidos

H /mm	\overline{ME} / μm	\overline{MD} / μm	Desvio padrão máximo {ME, MD} /μm	E_{exp} / μm
500	0,0	0,0	0,0	0,0
450	-2,4	-2,0	0,8	-2,2
400	-5,1	-4,4	1,2	-4,8
350	-7,5	-6,0	1,8	-6,8
300	-10,1	-8,4	2,6	-9,3
250	-13,7	-11,8	3,2	-12,8
200	-17,7	-15,0	3,8	-16,4
150	-20,7	-17,9	4,4	-19,3
100	-23,0	-19,4	5,1	-21,2
50	-22,6	-18,7	5,7	-20,7

Por exemplo para $H= 300$ mm temos que:

$$(E_{exp})_{300} = \frac{(-10,1 + (-8,4))}{2} = -9,3 \mu\text{m} \quad (4.2)$$

O desvio padrão máximo resulta do maior valor de desvio padrão encontrado por altura H e por posição, de acordo com as tabelas apresentadas no Anexo I.

A avaliação das duas mensurandas passa pela determinação da reta de ajuste, a partir dos pares de valores (H, E_{exp}) sendo então necessário determinar os parâmetros da reta de ajuste, cuja equação será do tipo:

$$E_{teo}(H) = mH + b \quad (4.3)$$

Em que:

E_{teo} : Reta de ajuste

H : Altura na coluna

m : Declive da reta de ajuste

b : ordenada na origem da reta de ajuste

Para a determinação dos parâmetros (declive e ordenada na origem) da reta de ajuste foram utilizados diferentes *softwares* apresentados na secção 4.2.

4.1. Avaliação da incerteza de medição por altura H

Com vista à determinação da incerteza de medição por cada ponto medido e tendo em conta o que foi referido no subcapítulo acerca da “Avaliação da incerteza de medição em calibração”, foi feita uma análise das fontes de incerteza a considerar .

Assim, neste caso prático, tem-se como fontes de incerteza:

- a reprodutibilidade dos resultados de medição, $u(R)$
- a resolução do comparador, $u(RC)$
- o resultado do certificado de calibração do comparador, $u(CalC)$
- a diferença de temperatura para os 20 °C de referência, $u(T)$
- o resultado do certificado de calibração do data logger, $u(CalDL)$

Reprodutibilidade dos resultados de medição

Para a avaliação da reprodutibilidade teve-se em conta todas as medições para cada par de valores (H, E_{exp}) sob condições de reprodutibilidade (medições repetidas no mesmo objeto, mas em condições diferentes). Como os valores decorrem de observações a avaliação da incerteza desta fonte é do tipo A com distribuição normal. Assim, tendo em consideração o que foi referido acerca da avaliação do tipo A, a incerteza padrão associada a esta fonte é determinada através da equação 4.4.

$$u_1 = u(R) = \frac{5,7}{\sqrt{17}} \quad (4.4)$$

Para este cálculo foi considerado o maior valor encontrado do desvio padrão, por altura H e por posição, que de acordo com a tabela 4.1 anteriormente apresentada, é de 5,7 μm , majorando-se assim o valor desta fonte de incerteza.

Resolução do comparador

A resolução do comparador é uma especificação metrológica do equipamento de medição pelo que esta fonte corresponde a uma avaliação de incerteza do tipo B, com distribuição retangular, Neste conjunto de medições a resolução do comparador utilizado foi a de 0,1 μm . Pelo fato de este equipamento ser digital a estimativa da incerteza desta fonte deve ser dividida por 2, sendo assim o valor é obtido através da equação 4.5.

$$u_2 = u(RC) = \frac{0,1/2}{\sqrt{3}} \quad (4.5)$$

Resultado do certificado do comparador

A fonte de incerteza devida ao erro de medição do comparador é obtida a partir do valor da incerteza expandida, U , apresentada no certificado de calibração do comparador e é considerada como incerteza do tipo B com distribuição normal. Do certificado (anexo II) para a resolução de 0,1 μm do comparador utilizado, apresenta-se $U = 0,6 \mu\text{m}$. O valor da incerteza padrão para esta fonte de incerteza é obtido pela equação 4.6

$$u_3 = u(CalC) = \frac{0,6}{2} \quad (4.6)$$

Diferença de temperatura para os 20° de referência

A fonte de incerteza devida à diferença de temperatura para os 20 °C de referência, foi estimada através do valor da temperatura ambiente do laboratório, que será aproximadamente igual à do esquadro (sendo que o esquadro se encontra no laboratório há um longo período de tempo). Registrou-se um $\Delta t = 0,2 \text{ }^\circ\text{C}$. Este valor corresponde à estimativa desta fonte de incerteza, que será avaliada como incerteza do tipo B com distribuição retangular e extremos de $\pm 0,2 \text{ }^\circ\text{C}$. A incerteza padrão é obtida aplicando a equação 4.7.

$$u_4 = u(T) = \frac{0,2}{\sqrt{3}} \quad (4.7)$$

Como a incerteza padrão desta grandeza de entrada está expressa numa unidade diferente (°C) da que se está a avaliar (µm), há que determinar o coeficiente de sensibilidade, a partir da equação que traduz a variação de comprimento de um corpo em função da temperatura, tal como indicado na equação 4.8:

$$\Delta H = \gamma_{granito} \cdot \Delta t \cdot H \quad (4.8)$$

Em que:

$\gamma_{granito}$: Coeficiente de expansão térmica linear do granito, $8 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ [25]

Δt : Variação de temperatura registada em relação aos 20°C

H : Altura na coluna de medição

O coeficiente de sensibilidade é dado pela equação 4.9.

$$c_4 = \frac{\partial \Delta H}{\partial \Delta t} = \gamma_{granito} \cdot H \quad (4.9)$$

Assim, por exemplo, para o ponto em que $H = 50 \text{ mm}$, tem-se que:

$$u_4 = u(T) = \frac{0,5}{\sqrt{3}} \times (8 \cdot 10^{-6} \times 50 \cdot 10^3) \quad (4.10)$$

Resultado do certificado do data logger

A fonte de incerteza devida ao erro de medição do *data logger* é obtida a partir do valor da incerteza expandida, U , apresentada no certificado de calibração do mesmo. Assim, esta fonte é considerada como incerteza do tipo B com distribuição normal.

Do certificado, apresenta-se $U = 0,1^{\circ}\text{C}$. Como a incerteza padrão desta grandeza de entrada está expressa numa unidade diferente (°C) da que se está a avaliar (µm), há que determinar o coeficiente de sensibilidade, seguindo o mesmo raciocínio anteriormente descrito para a fonte de incerteza devido à variação da temperatura. O valor da incerteza padrão para esta fonte de incerteza é obtido pela equação 4.11

$$u_5 = u(\text{CalDL}) = \frac{0,1}{2} \times (\gamma_{granito} \cdot H) \quad (4.11)$$

Assim, a incerteza-padrão $u(y)$ do processo de calibração do esquadro é determinada aplicando a seguinte expressão:

$$u^2(y) = (u_1)^2 + (u_2)^2 + (u_3)^2 + (u_4 \times c_4)^2 + (u_5 \times c_5)^2 \quad (4.12)$$

Como exemplo, apresenta-se na tabela 4.2, a avaliação da incerteza de medição para o ponto em que $H = 50 \text{ mm}$.

Tabela 4.2- Avaliação da incerteza de medição no ponto $H=50 \text{ mm}$

H = 50 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza /μm
Reprodutibilidade	5,7	1,38	A - Normal	1	1,4
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,0
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,3
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	0,4	0,05
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	0,4	0,02
				$u(Y)$	1,4
				$U(Y)$	2,8

As tabelas respeitantes às incertezas calculadas para os restantes pontos H , encontram-se no Anexo III. Para o cálculo da incerteza de medição expandida foi determinado um fator de expansão $k = 2$, que corresponde a uma probabilidade de expansão de aproximadamente 95%.

Apresenta-se na tabela 4.3 os valores obtidos da incerteza-padrão e incerteza expandida de medição, por altura H .

Tabela 4.3- Valores obtidos da incerteza padrão e incerteza expandida

H /mm	$u(y)$ /μm	$U(y)$ /μm
500	0,6	1,2
450	0,6	1,2
400	0,6	1,2
350	0,6	1,3
300	0,8	1,5
250	0,9	1,7
200	1,0	2,0
150	1,1	2,2
100	1,3	2,6
50	1,4	2,8

4.2. Determinação da reta de ajuste

Para a determinação dos parâmetros (declive e ordenada na origem) da reta de ajuste e das suas incertezas associadas, foram utilizados os três softwares apresentados seguidamente:

- **Excel**: através das funções pré-definidas, nomeadamente “DECLIVE” e “INTERCEPTAR”, com as quais a partir de um conjunto de pares de valores de medição (X,Y) se determinam os parâmetros da reta de ajuste pelo método do ajuste pelos extremos e dos mínimos quadrados;
- **XGenline** [26]: que permite calcular os parâmetros dos ajustes polinomiais de grau 1,2,3 ou 4, a partir de um conjunto de pares de valores de medição (X,Y) e das respetivas incertezas associadas aos valores de X e Y;
- **Octave** [27]: desenvolvido para computação numérica, fornece uma interface de linha de comando para resolver problemas lineares e não lineares numericamente assim como para realizar outros testes numéricos. Os valores de entrada são os utilizados no *XGenline*.

Na aplicação do *XGenline*, tem-se como resultado o declive (m) e a ordenada na origem (b) e as incertezas associadas a estes dois parâmetros. No Anexo IV é apresentado o procedimento de utilização do *XGenline* para a avaliação do ajuste polinomial de 1º grau, neste caso prático. O resultados obtidos por este software encontram-se no Anexo V.

Em relação à utilização do *Octave*, neste caso prático, optou-se por criar um programa que utiliza-se o procedimento de avaliação do ajuste linear descrito na norma ISO/TS 28037 [28]. Esta norma descreve diferentes modelos para a estimativa dos parâmetros de ajuste linear da forma $y = m \cdot x + b$ e para o cálculo das suas incertezas associadas, baseados no método dos mínimos quadrados.

Através de pesquisa identificou-se, no sítio do *National Physical Laboratory* (NPL) [29], para *download* um conjunto de programas baseados nesta norma. Da análise dos vários modelos disponíveis, selecionou-se aquele que se adapta às necessidades do estudo em desenvolvimento. O código utilizado no *Octave* encontra-se no Anexo VI e os resultados obtidos apresentam-se no anexo VII.

Na tabela 4.4 estão indicados os valores do declive (m) e da ordenada na origem (b) das retas de ajuste, obtidas pelos softwares referidos anteriormente e as respetivas incertezas associadas a esses parâmetros, $u(m)$ e $u(b)$.

Tabela 4.4- Resultados obtidos para a reta de ajuste pelos diferentes softwares

Método de ajuste	Software	Declive (m) / $\mu\text{m}/\mu\text{m}$	u(m) / $\mu\text{m}/\mu\text{m}$	Ordenada Origem (b) / μm	u(b) / μm
Mínimos Quadrados	<i>Octave (ISO TS 28037)</i>	$5,1992 \cdot 10^{-5}$	$1,9924 \cdot 10^{-6}$	$-2,5617 \cdot 10^1$	$7,4042 \cdot 10^{-1}$
	<i>XGenline</i>	$5,1992 \cdot 10^{-5}$	$1,9924 \cdot 10^{-6}$	$-2,5617 \cdot 10^1$	$7,4042 \cdot 10^{-1}$
	<i>Excel</i>	$5,1382 \cdot 10^{-5}$	-	$-2,5450 \cdot 10^1$	-
Ajuste pelos extremos	<i>Excel</i>	$4,5889 \cdot 10^{-5}$	-	$-2,2944 \cdot 10^1$	-

4.3. Avaliação do erro de perpendicularidade

Para a avaliação do erro de perpendicularidade, é necessário recordar o conceito de declive de uma reta. O declive é geralmente utilizado para medir a inclinação de uma reta em relação ao eixo das abcissas [30]. Assim, aplicando este conceito neste caso prático, o declive da reta de ajuste expressa a tangente trigonométrica do ângulo compreendido entre a reta e o eixo das abcissas (altura H), tal como indicado na equação 4.13.

$$m = tg(\beta) \quad (4.13)$$

Em que:

m : Declive da reta de ajuste

$tg(\beta)$: Tangente do ângulo β

β : ângulo formado entre a reta e o eixo das abcissas

De acordo com os dados obtidos durante as medições, chegou-se a conclusão que a face do esquadro tem um desvio na direção do apresentado na figura 4.1

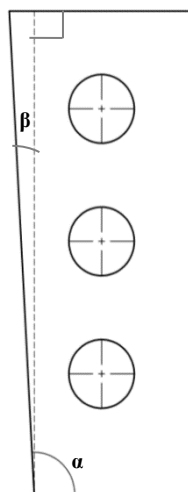


Figura 4.1 -Esquema dos ângulos gerados no esquadro

O ângulo do esquadro de granito, α , como indicado na figura 4.1, é definido como o ângulo formado pela reta de ajuste do seu perfil vertical e pelo seu plano horizontal.

Através deste esquema verifica-se que o ângulo do esquadro não é exatamente 90° . Se isso se verificasse, o declive da reta de ajuste seria zero (sendo que o plano horizontal é considerado o plano de referência), o que não se verifica.

Tal como ilustra a figura 4.2, a reta de ajuste apresenta uma inclinação β , em relação ao eixo das abcissas e consequentemente um declive diferente de zero.

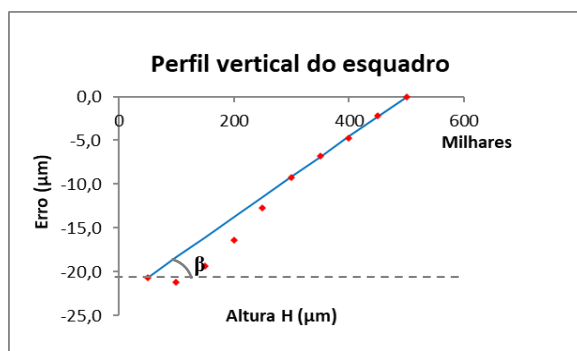


Figura 4.2-Exemplo de representação gráfica dos resultados

Comparando as figuras 4.1 e 4.2, conclui-se que o ângulo β dado pelo declive da reta é o ângulo que representa o erro de perpendicularidade do esquadro.

A mesa de trabalho onde está assente a base do esquadro, estabelece o plano de referência para o cálculo do ângulo do esquadro.

Assim, através do declive m da equação de ajuste obtida, calcula-se o erro de perpendicularidade, β , em graus.

Como exemplo, apresenta-se na equação 4.14, a determinação do erro de perpendicularidade, no caso em que a reta de ajuste foi determinada pelo *software Octave*:

$$\beta = \arctg(5,1992 \cdot 10^{-5}) = 0,0030^\circ \quad (4.14)$$

Sendo que o ângulo do esquadro, α , é determinado pela equação 4.15.

$$\alpha = 90^\circ + 0,0030^\circ = 90,0030^\circ \quad (4.15)$$

Na tabela 4.5 estão apresentados os valores determinados para o erro de perpendicularidade β (em graus e segundos) e para o ângulo do esquadro, α , de acordo com os dois softwares utilizados para a avaliação desta mensuranda, bem como as incertezas de medição associadas.

Tabela 4.5- Dados obtidos para erro de perpendicularidade e ângulo do esquadro

<i>Software</i>	β /°	β /''	α /°	$u(\beta)$ /°
(Octave /XGenline) ^a	0,00297	10,49042	90,00298	0,00011
Excel	0,00294	10,59025	90,00294	0,00016

Para o cálculo da incerteza de medição, no caso em que se utiliza o *Excel*, foi considerado o maior valor determinado da incerteza de medição por altura H, correspondendo a $u = 1,4 \mu m$.

Sendo que as unidades da incerteza de medição são em micrometros e o erro de perpendicularidade, β , é apresentado em graus, foi necessário efetuar um cálculo de forma a determinar qual o valor correspondente em graus da incerteza obtida.

Na figura 4.3, está apresentado um esquema, de forma a perceber como se procedeu a esse cálculo.

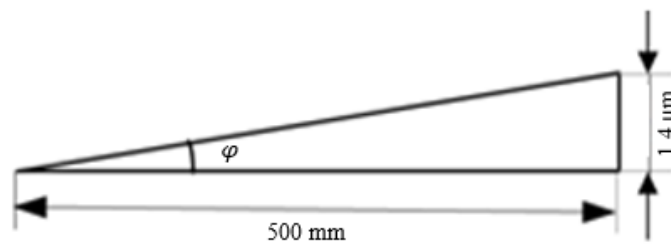


Figura 4.3 - Esquema para a obtenção de $u(\beta)$ em graus

O cateto adjacente ao ângulo φ representa a altura do esquadro e o cateto oposto representa o valor da incerteza padrão associada a β . Assim, segundo a equação 4.16 determina-se o ângulo φ , valor correspondente em graus da incerteza de medição expandida.

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{1,4}{500 \times 10^3} \Leftrightarrow \varphi = 0,00016^\circ \quad (4.16)$$

A incerteza associada ao declive no caso em que se utilizou o *Octave* e *Xgenline* foi de $u(m) = 1,9924 \cdot 10^{-6} \mu m / \mu m$. Neste caso, aplicando a equação 4.17 determina-se o correspondente valor de $u(m)$ em graus.

$$u(m) = 1,9924 \cdot 10^{-6} \times \left(\frac{180}{\pi} \right) = 0,00011^\circ \quad (4.17)$$

^a Os parâmetros, m e b, da reta ajuste obtido por estes dois softwares são iguais. Ver tabela 4.4

4.4. Avaliação da retitude

Para o tratamento dos dados na avaliação da retitude teve-se como base a norma ISO 12780 - 1:2011 [31] que define os termos e conceitos relacionados com esta mensuranda.

Assim, a fim de se avaliar o erro de retitude da face de medição do esquadro deverá executar-se o seguinte procedimento [31] :

1. Medir os pares de pontos (H, E_{exp}) na face de referência do esquadro.
2. Obter a reta de ajuste a partir dos pontos (H, E_{exp}) , que se traduz em $E_{teo}(H) = mH + b$.
3. Determinar os desvios locais de retitude de cada ponto em relação à reta de referência recorrendo à equação 4.18

$$r_H = E_{exp} - E_{teo}(H) \quad (4.18)$$

Em que:

r_H : Desvio de retitude local

4. Calcular o valor da retitude, distância pico-a-vale, que se traduz na soma do maior desvio local de retitude positivo (p), com o valor absoluto do maior desvio local negativo (v).

$$retitude = \max\{r_{H,p}\} + |\max\{r_{H,v}\}| \quad (4.19)$$

Em que:

$r_{H,p}$: desvio de retitude local positivo

$r_{H,v}$: desvio de retitude local negativo

$\max\{r_{H,p}\}$: maior valor de desvio local de retitude positivo

$\max\{r_{H,v}\}$: maior valor de desvio local de retitude negativo

Na figura 4.4 estão representados os desvios de retitude local em relação à reta de ajuste, onde p representa o desvio de retitude local positivo, v representa o desvio de retitude local negativo e 1 representa a reta de ajuste.

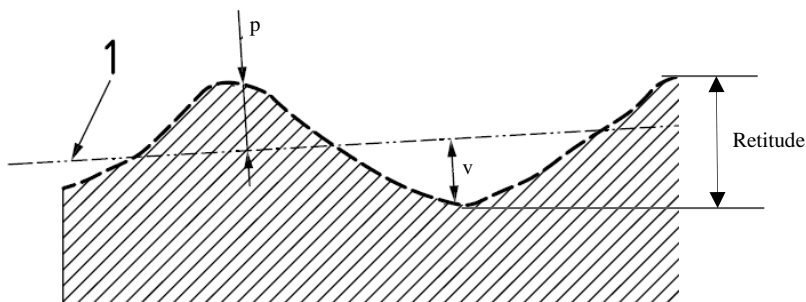


Figura 4.4- Desvio de retitude em relação a uma linha de ajuste [31]

Apresenta-se na tabela 4.6 os valores obtidos no caso em que se utilizou o método do ajuste pelos extremos.

Tabela 4.6- Dados obtidos do desvio de retitude pelo MAE com o *Excel*

H /mm	(E_{exp})_H /μm	($E_{teo}(H)$) /μm	r_H /μm
500	0,0	0,0	0,0
450	-2,2	-2,3	0,1
400	-4,8	-4,6	-0,2
350	-6,8	-6,9	0,1
300	-9,3	-9,2	-0,1
250	-12,8	-11,5	-1,3
200	-16,4	-13,8	-2,6
150	-19,3	-16,1	-3,2
100	-21,2	-18,4	-2,8
50	-20,7	-20,7	0,0

Os valores do “Erro teórico” foram obtidos através dos parâmetros da reta de ajuste obtidos pelo método de ajuste dos extremos e o “Desvio de retitude local” foi calculado pela equação 4.18 indicada anteriormente. Por exemplo, para o ponto $H = 250$ mm, tem-se que:

$$r_H = -12,8 - (-11,5) = -1,3 \mu\text{m} \quad (4.20)$$

Os valores determinados aplicando o método dos mínimos quadrados encontram-se no Anexo VIII.

A tabela 4.7 apresenta os valores obtidos para a retitude e a sua incerteza associada de acordo com os diferentes métodos e *softwares* indicados.

Tabela 4.7- Valores obtidos para a retitude

Método	Software	Avaliação Retitude (μm)		Incerteza Padrão /μm
Ajuste pelos extremos	<i>Excel</i>	$\max\{r_{H,p}\}$	0,1	1,4
		$\max\{r_{H,v}\}$	-3,2	1,4
		Retitude	3,3	2,0
Mínimos Quadrados	<i>Excel</i>	$\max\{r_{H,p}\}$	2,2	1,4
		$\max\{r_{H,v}\}$	-1,6	1,4
		Retitude	3,8	2,0
	<i>Octave/XGenline</i>	$\max\{r_{H,p}\}$	2,4	0,5
		$\max\{r_{H,v}\}$	-1,5	0,5
		Retitude	3,9	0,8

Nesta etapa do estudo, o valor da incerteza atribuída, nos casos em que se utiliza *software Excel*, foi majorado, isto é, considerou-se o maior valor de incerteza obtida por altura H (tabela 4.4). Assim, visto que o valor do erro de retitude resulta da soma dos desvios de retitude locais, a incerteza associada a este valor é calculada aplicando a equação 4.21.

$$u_1(Retitude) = \sqrt{1,4^2 + 1,4^2} = 2,0 \mu\text{m} \quad (4.21)$$

Em que:

$u_1(Retitude)$: Incerteza padrão associada ao valor de retitude obtida pelo Excel

Tal como referido, no caso em que se utilizou os *softwares Octave e XGenline*, para a obtenção dos parâmetros da reta de ajuste, foi também possível adquirir as incertezas associadas ao declive $u(m)$ e ordenada na origem $u(b)$.

Assim, a incerteza associada ao valor obtido de desvio de retitude local, é calculada através da equação 4.22.

$$u(\text{máx}\{r_{H,p}\}) = \sqrt{u^2(b) + (u(m) \times \text{máx}\{r_{H,p}\})^2} \quad (4.22)$$

Em que:

$u(b)$: Incerteza associada à ordenada na origem da reta de ajuste

$u(m)$: Incerteza associada à ordenada de origem da reta de ajuste

A incerteza associada ao erro de retitude é então calculada por:

$$u_2(Retitude) = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = 0,8 \mu\text{m}$$

Em que:

$u_2(Retitude)$: Incerteza associada ao valor de retitude obtida aplicando o método *Octave e XGenline*

5. Discussão de resultados

O presente capítulo apresentam-se os resultados obtidos neste estudo. É avaliada a compatibilidade dos resultados de medição obtidos e é feita uma análise da conformidade dos resultados obtidos neste estudo.

5.1. Resultados finais

Na figura 5.1 as barras de erro representam o desvio padrão por altura H , de cada valor registrado pelo comparador, nos diferentes dias de medição.

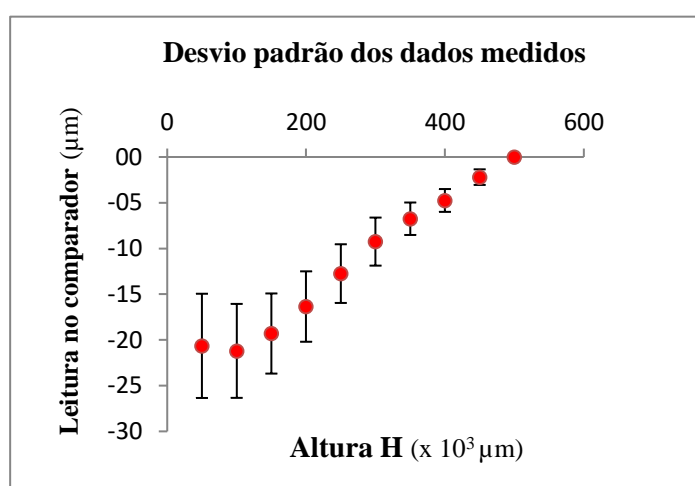


Figura 5.1- Valores de erro experimental e respetivo desvio padrão

Através do gráfico é possível constatar que o último ponto (de acordo com o procedimento de medição utilizado) apresentou um desvio padrão significativamente superior ao encontrado nos restantes pontos. Isto pode ser resultado da imprecisão na medição dos pontos estipulados para H , pois sendo a coluna de medição analógica, a marcação correta na coluna de medição do ponto H , depende da observação correta do ponto a medir.

Como as medições são independentes de H , há que analisar se existe algum “defeito” pico ou vale, na superfície do esquadro próximo de $H = 50 \text{ mm}$

Nas figuras 5.2, 5.3 e 5.4 estão representadas graficamente os resultados obtidos pelos diferentes métodos e *softwares*.

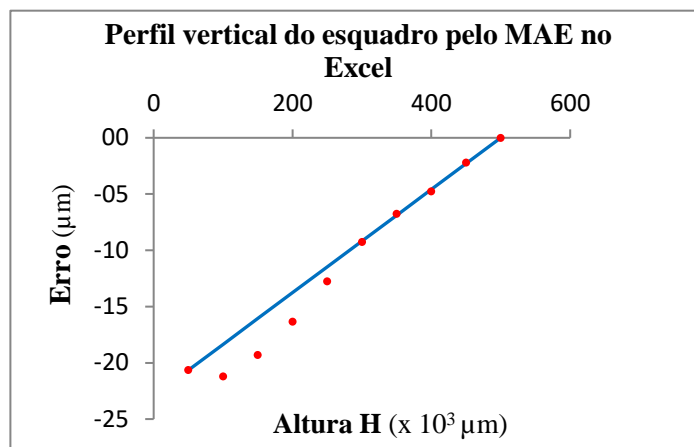


Figura 5.3 - Representação gráfica dos valores obtidos pelo MAE no Excel

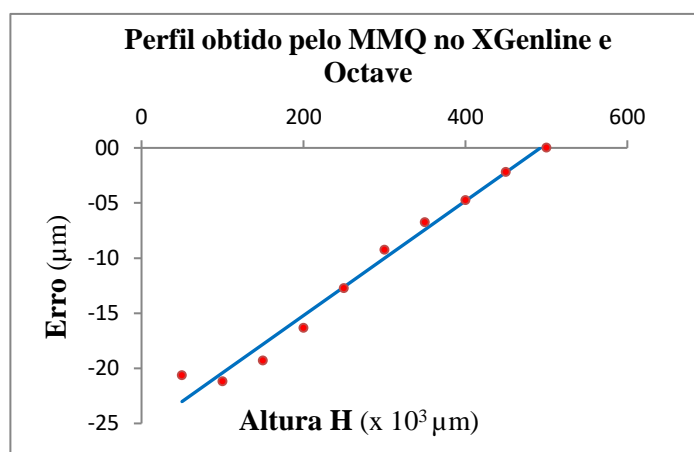


Figura 5.2 - Representação gráfica dos valores obtidos pelo MMQ no XGenline e Octave

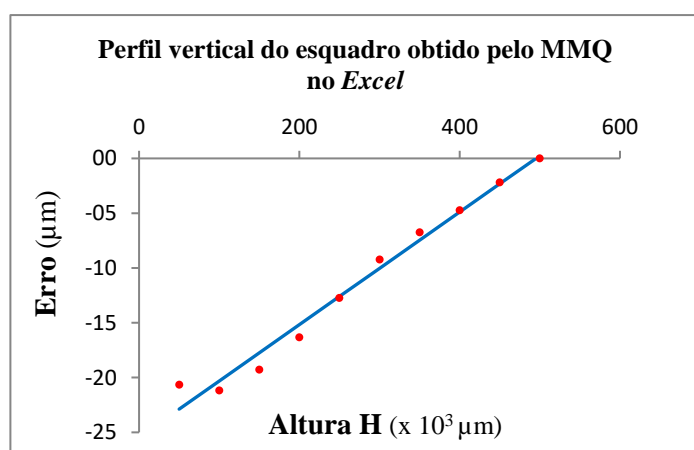


Figura 5.4 - Representação gráfica dos valores obtidos pelo MMQ no Excel

Nas tabelas 5.1 e 5.2 apresenta-se os resultados obtidos para as duas mensurandas bem como as suas incertezas expandidas associadas. Os resultados obtidos advêm do tratamento matemático realizado através dos ajustes lineares.

Tabela 5.1 - Resultados obtidos para a retitude

Método	Software	<i>Retitude</i> $\pm U(\textit{Retitude})$ /μm
Ajuste pelos extremos	Excel	$(3,3 \pm 4,0)$
Mínimos quadrados	Octave/ XGenline	$(3,9 \pm 1,6)$
	Excel	$(3,8 \pm 4,0)$

Tabela 5.2- Resultado obtidos para o erro de perpendicularidade

Método	Software	$\beta \pm U(\beta)$ /$^{\circ}$
Mínimos quadrados	Octave/ XGenline	$(0,00297 \pm 0,00023)$
	Excel	$(0,00294 \pm 0,00032)$

Os valores de incerteza de medição expandida indicados foram calculados com um fator de expansão $k = 2$, que corresponde a uma probabilidade de expansão de aproximadamente 95%.

Estes valores resultaram da implementação e estudo de métodos que correspondem aos primeiros testes neste campo, no LCO.

De acordo com a norma DIN 875-2 o erro máximo de retitude que um esquadro com um comprimento de 500 mm pode ter, para pertencer a uma classe de exatidão 00, é de 4 μm . Assim, dos resultados obtidos, constata-se que o esquadro, qualquer que seja o método utilizado, apresenta um valor de retitude inferior ao indicado na norma, para a classe 00. Do exposto pode concluir-se que no que respeita à retitude o esquadro é de classe 00.

No que respeita ao erro de perpendicularidade o esquadro apresenta resultados superiores aos admissíveis para as classes de exatidão indicadas na norma DIN 875-2.

5.2. Avaliação da compatibilidade dos resultados de medição

Para a avaliação da compatibilidade entre os resultados obtidos pelos diferentes *softwares* e método de ajuste aplicou-se a equação 5.1 anteriormente referida, para determinar o erro normalizado.

Para o caso da mensuranda retitude, avaliou-se a compatibilidade entre os resultados obtidos pelos dois métodos de ajuste, MAE utilizando o *Excel* e MMQ utilizando o *Octave*, tomando-se como referência o *Octave*:

$$|E_n| = \left| \frac{3,3 - 3,9}{\sqrt{4^2 + 1,6^2}} \right| = 0,1 \quad (5.1)$$

Para o caso do erro de perpendicularidade, avaliou-se a compatibilidade entre os resultados obtidos pelos dois softwares, *Excel* e *Octave*, tomando-se como referência o *Octave*.

Assim, aplicando a equação 5.2 tem-se que:

$$|E_n| = \left| \frac{0,0029 - 0,0030}{\sqrt{0,00032^2 + 0,00023^2}} \right| = 0,3 \quad (5.2)$$

Pela análise dos resultados obtidos para o erro normalizado, é possível verificar que todos os resultados são compatíveis, pois $E_n < 1$. Isto significa que com estes dados de entrada, não é possível definir qual o melhor dos métodos ou softwares a utilizar, podendo seleccionar-se qualquer um deles em função das condições existentes no laboratório.

6. Conclusões e trabalhos futuros

Nas últimas décadas, as empresas têm sido sujeitas a uma maior concorrência, ao desenvolvimento tecnológico mais rápido e a novos desafios no que respeita à qualidade.

Assim, a metrologia é uma ferramenta essencial para o desenvolvimento científico e industrial, para a inovação tecnológica, para a defesa do consumidor, para o bem-estar das populações, para a segurança e proteção do ambiente. É também uma ferramenta chave para o desenvolvimento económico pois promove a confiança, a credibilidade e a universalidade das medições. Na indústria promove a confiança assegurando a conformidade dos produtos e processos através da gestão eficiente dos recursos.

A Metrologia deverá assim acompanhar estas tendências do mercado. O Departamento de Metrologia do Instituto Português da Qualidade, tem vindo a desenvolver esforços significativos que visam a melhoria contínua das técnicas e dos processos de medição e de calibração realizados nos laboratórios.

A avaliação dos laboratórios acreditados pode ser realizada através da participação em comparações interlaboratoriais, ou ensaios de aptidão. Nestes, é avaliada a compatibilidade dos resultados de medição reportados por cada um dos laboratórios participantes.

O ângulo plano é um domínio metrológico que envolve competências técnicas, qualificações, equipamentos, conhecimentos e experiência específicos e em que a demonstração da equivalência de resultados de calibração deverá ser evidenciada

No domínio metrológico do ângulo plano, o Laboratório de Comprimento do Instituto Português da Qualidade, é responsável, entre outras atividades, pela definição dos padrões mais representativos da atividade metrológica nacional a nível do ângulo plano.

Assim, surgiu a oportunidade do estudo da calibração de esquadros de granito, para uma futura comparação interlaboratorial.

Com vista à realização desta comparação, foi necessário estudar e definir as mensurandas a calibrar bem como os métodos de medição e tratamentos matemáticos aplicáveis aos resultados.

O método implementado para a realização das medições, de forma a avaliar as mensurandas relativamente à face do esquadro, foi o da técnica de reversão. Este método foi escolhido tendo em conta os equipamentos de trabalho disponíveis no laboratório. Após a obtenção dos resultados, foi necessário realizar o tratamento matemático do mesmo, que consistiu em fazer o ajuste linear dos pontos obtidos através do método dos mínimos quadrados e do método de ajuste pelos extremos.

A necessidade de obter também as incertezas associadas aos parâmetros da reta de ajuste levou à utilização de dois *softwares*, o *Octave* e o *XGeline*, para além do *Excel* que apenas fornece os

parâmetros de ajuste. Pela análise da compatibilidade dos resultados obtidos, não foi possível definir qual o melhor método a utilizar, pois os resultados obtidos neste estudo são todos compatíveis.

Quanto à determinação das mensurandas verificou-se que o esquadro pertence a uma classe de exatidão de 00 em relação à retitude, mas não apresenta valores favoráveis para pertencer a uma das classes de exatidão de perpendicularidade apresentadas na norma DIN875:2.

Contudo o objetivo principal deste estudo não era o da avaliação da conformidade com classes de exatidão apresentadas na norma de referência, mas sim o de caracterizar o esquadro para conhecimento das mensurandas a medir e dos seus resultados de medição, para que este venha a ser um padrão itinerante, numa futura comparação interlaboratorial entre os laboratórios nacionais acreditados.

Os valores obtidos para a incerteza de medição foram consideravelmente elevados, sugerindo-se assim a realização de novas medições variando o método de aquisição de dados e se possível os padrões ou equipamentos de medição utilizados, de forma a validar os resultados obtidos e para que em função da incerteza de medição final que o LCO consiga obter, assim venha a definir qual o tratamento estatístico a utilizar na avaliação dos resultados finais da comparação nacional. Uma outra melhoria do procedimento será a de utilizar, nos próximos ensaios, mais pares de pontos de medição do que aqueles estipulados no procedimento.

O trabalho realizado correspondeu aos objetivos do estudo pioneiro no país, que permitirá ao LCO no domínio metrológico do ângulo plano, efetuar calibrações de esquadros de granito, organizar e dirigir as comparações interlaboratoriais a nível nacional e participar em comparações a nível internacional.

Bibliografia

- [1] B. Hemming, A. Korhonen, I. Palosuo, and A. Lassila, "Equipment for the calibration of squareness standards," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 23, no. 9, 2012.
- [2] "Geometrical product specification (GPS) - Squares 90° - Part 2: Granite squares 90°," DIN 875-2, 2008.
- [3] IPQ, *Vocabulário Internacional de Metrologia - VIM*. IPQ, 2012.
- [4] IPQ, *Metrologia em Síntese*. Caprica: IPQ, 2001.
- [5] IPQ, *Pesos e Medidas em Portugal*. Caparica: IPQ, 1990.
- [6] P. Guedes, *Metrologia Industrial*. Lidel, 2011.
- [7] F. Saraiva, "Compatibilidade de medição e avaliação de conformidade de equipamentos de medição," *Metrol. - Suporte da Compet. na indústria*.
- [8] JCGM, *Guide to the Expression of Uncertainty of Measurement*. 2008.
- [9] Instituto Português de Acreditação, "Avaliação da Incerteza de Medição em Calibração." 2015.
- [10] IPQ, *Manual da Qualidade do Instituto Português da Qualidade, I.P.*, Versão 03. 2017.
- [11] "IPQ." [Online]. Disponível: www.ipq.pt. [Accessed: 18-Jan-2018].
- [12] "BIPM." [Online]. Disponível: www.bipm.org. [Accessed: 18-Jan-2018].
- [13] L. S. Arlindo Dias, João Dias, *Desenho técnico moderno*. Lidel, 2001.
- [14] "Geometrical product specifications (GPS) - Geometrical tolerancing - Tolerances of form, orientation, location and run-out," ISO 1101, 2017.
- [15] L. w. Foster, *Geo-Metrics III - The metric application of geometric dimensioning and tolerancing techniques*. Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [16] R. Thalmann, "Calibration of granite squareness standards," *International Conf. EUSPEN*, 1999.
- [17] "Granite Master Squares." [Online]. Disponível: <https://www.gmt.co.in/granite-master-square.html>. [Accessed: 23-Jan-2018].
- [18] F. P. Benedito Di Giacomo, Rita Magalhães, "Reversal Technique Applied to the Measurement of Straightness Errors," *ABCM Symp. Ser. Mechatronics*, vol. 1, pp. 479–487, 2004.
- [19] C. A. Schneider, "Calibração de esquadros em máquinas de medir coordenadas," *II Congr. Nac. Eng. Mecânica*, 2002.
- [20] J. Mokroš and M. Hain, "Calibration of Large Square Standards," *Meas. Sci. Rev.*, vol. 1, no. 1, 2001.
- [21] M. A. V Chapman, "Calibration of machine squareness," *Renishaw plc.*, 2012.
- [22] A. Gosavi and E. Cudney, "Form errors in precision metrology: A survey of measurement

- techniques,” *Qual. Eng.*, vol. 24, no. 3, 2012.
- [23] “Geometrical Product Specifications (GPS)- Dimensional measuring equipment- Design and metrological characteristics of mechanical dial gauges,” ISO-463, 2006.
 - [24] “General requirements for the competence of testing and calibration laboratories,” ISO/IEC 17025, 2005.
 - [25] “Granetos.” [Online]. Disponível e: <http://www.granetos.pt/produtos/granitos/preto-reguengos.html>. [Accessed: 30-Jan-2018].
 - [26] “XGENLINE-NPL.” [Online]. Disponível: <http://www.npl.co.uk/science-technology/mathematics-modelling-and-simulation/mathematics-and-modelling-for-metrology/xgenline-8.1>. [Accessed: 03-Jan-2018].
 - [27] “GNU OCTAVE.” [Online]. Disponível: <https://www.gnu.org/software/octave/about.html>. [Accessed: 10-Jan-2018].
 - [28] “Determination and use of straight-line calibration functions,” ISO/TS 28037:2010.
 - [29] “Software to Support ISO/TS 28037:2010.” [Online]. Disponível: [http://www.npl.co.uk/science-technology/mathematics-modelling-and-simulation/mathematics-and-modelling-for-metrology/software-to-support-iso/ts-28037-2010\(e\)](http://www.npl.co.uk/science-technology/mathematics-modelling-and-simulation/mathematics-and-modelling-for-metrology/software-to-support-iso/ts-28037-2010(e)). [Accessed: 10-Jan-2018].
 - [30] “Matematica.” [Online]. Disponível: <https://www.matematica.pt/faq/declive-reta.php>. [Acedido: 04-Mar-2018].
 - [31] “Geometrical product specifications (GPS) — Straightness-Vocabulary and parameters of straightness,” ISO 12780-1, 2011.

Anexos

Anexo I - Tabelas com os valores obtidos nas medições realizadas

1ª posição ME																			
H /mm	Escala comparador: $\pm 200 \mu\text{m}$ Data: 07/11/2017				Escala: $\pm 200 \mu\text{m}$ Data: 08/11/2017			Escala: $\pm 200 \mu\text{m}$ Data: 09/11/2017		Escala: $\pm 200 \mu\text{m}$ Data: 06/02/2018					Escala: $\pm 200 \mu\text{m}$ Data: 07/02/2018			\overline{ME} / μm	Desvio Padrão / μm
500	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
450	-2,8	-2,8	-2,8	-2,8	-3,0	-2,9	-3,0	-1,6	-3,1	-2,0	-1,8	-1,9	-1,7	-1,9	-1,9	-2,9	-2,1	-2,4	0,5
400	-5,7	-5,8	-5,9	-5,7	-5,3	-5,8	-5,7	-3,8	-3,9	-5,0	-5,0	-4,0	-5,3	-4,2	-4,9	-5,9	-5,5	-5,1	0,7
350	-7,6	-8,1	-7,9	-7,6	-7,2	-7,9	-7,7	-4,9	-6,7	-7,7	-7,7	-6,6	-8,0	-7,8	-7,9	-9,0	-7,8	-7,5	0,9
300	-9,0	-10,8	-10,7	-10,7	-9,7	-10,4	-10,3	-6,9	-7,2	-10,2	-10,6	-10,6	-10,6	-10,7	-10,5	-11,6	-11,0	-10,1	1,3
250	-13,4	-14,5	-13,3	-13,0	-13,0	-12,7	-13,4	-10,4	-10,3	-14,7	-14,3	-14,6	-14,7	-15,6	-14,8	-15,6	-15,3	-13,7	1,6
200	-18,2	-18,4	-18,4	-18,4	-16,3	-15,4	-16,8	-12,8	-13,2	-19,0	-18,9	-18,8	-19,2	-18,7	-18,8	-20,0	-19,0	-17,7	2,1
150	-20,1	-20,3	-21,5	-21,4	-17,8	-19,7	-19,2	-14,9	-17,1	-22,3	-21,9	-22,2	-22,1	-22,5	-22,3	-23,8	-22,4	-20,7	2,3
100	-23,6	-23,6	-23,8	-23,5	-20,9	-21,4	-21,1	-16,5	-18,1	-24,3	-24,8	-24,5	-24,7	-25,2	-24,8	-25,3	-25,0	-23,0	2,6
50	-24,0	-23,4	-23,7	-23,7	-19,0	-22,6	-20,8	-14,8	-16,2	-24,0	-23,2	-23,3	-25,1	-24,4	-24,7	-25,8	-25,4	-22,6	3,1

1ª posição MD																			
H /mm	Escala comparador: ±200 μm Data: 07/11/2017				Escala: ±200 μm Data: 08/11/2017			Escala: ±200 μm Data: 09/11/2017		Escala: ±200 μm Data: 06/02/2018					Escala: ±200 μm Data: 07/02/2018			\overline{MD} /μm	Desvio Padrão /μm
500	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
450	-2,8	-2,2	-1,4	-1,8	-2,9	-3,6	-3,6	-0,7	-2,2	-0,8	-1,7	-2,7	-2,5	-1,7	-1,1	-1,5	-1,5	-2,0	0,9
400	-3,9	-3,6	-2,9	-3,4	-6,0	-6,4	-7,1	-1,8	-3,5	-4,4	-4,0	-4,8	-4,9	-5,0	-4,3	-4,4	-4,4	-4,4	1,2
350	-4,9	-4,6	-3,8	-4,2	-8,4	-8,6	-9,5	-2,6	-4,0	-5,9	-6,1	-5,8	-6,6	-6,5	-6,8	-6,7	-6,4	-6,0	1,8
300	-6,7	-5,3	-4,9	-5,5	-11,6	-12,1	-12,6	-3,6	-5,1	-9,2	-8,6	-9,8	-9,4	-9,8	-9,6	-9,4	-9,1	-8,4	2,6
250	-9,0	-7,0	-8,4	-8,6	-15,8	-16,3	-16,7	-6,3	-7,8	-13,1	-12,8	-13,5	-13,2	-13,7	-12,8	-13,3	-13,0	-11,8	3,2
200	-11,3	-11,3	-9,4	-11,0	-19,6	-20,0	-20,6	-8,2	-9,7	-17,0	-16,3	-17,0	-17,5	-17,1	-16,3	-15,9	-16,6	-15,0	3,9
150	-12,3	-13,4	-12,9	-13,4	-22,8	-23,4	-24,3	-10,2	-11,9	-18,5	-20,0	-20,4	-20,7	-20,5	-20,1	-20,2	-19,7	-17,9	4,4
100	-13,8	-13,0	-12,4	-14,2	-25,3	-26,0	-25,5	-10,6	-12,5	-22,0	-21,9	-22,5	-22,4	-22,7	-21,9	-22,0	-21,4	-19,4	5,1
50	-12,0	-12,5	-12,2	-13,6	-25,8	-25,1	-27,2	-9,3	-10,9	-21,0	-21,7	-22,3	-22,2	-22,0	-20,2	-20,1	-19,5	-18,7	5,7

Anexo II – Relatório de ensaio do comparador digital

Instituto Português da  Qualidade

PORTUGUESE INSTITUTE FOR QUALITY

Rua António Gião, 2
2829-513 CAPARICA Portugal
Tel. (+351) 212 948 186
Fax (+351) 212 948 188
metrologia@ipq.pt
www.ipq.pt

RELATÓRIO DE ENSAIO

TEST REPORT

NÚMERO 101.87 / 1840280
NUMBER

PÁGINA 1 de 3
PAGE

ENTIDADE

ENTITY

NOME

NAME

ENDEREÇO

ADDRESS

Laboratório Nacional de Metrologia - Domínio de Comprimento
Rua António Gião, 2; 2829-513 CAPARICA

INSTRUMENTO DE MEDIÇÃO

MEASURING INSTRUMENT

DESIGNAÇÃO

DESIGNATION

MARCA

MANUFACTURER

MODELO

MODEL

NÚMERO

SERIAL NUMBER

CONSTITUIÇÃO

COMPONENTS

Comparador
MAHR
1202 D
5774
Unidade de leitura digital e apalpador indutivo

CARACTERÍSTICAS METROLÓGICAS

METROLOGICAL CHARACTERISTICS

CLASSE DE EXATIDÃO

ACCURACY CLASS

INTERVALO DE INDICAÇÃO

INDICATION INTERVAL

RESOLUÇÃO DO DISPOSITIVO AFIXADOR

RESOLUTION OF THE DISPLAYING DEVICE

[-2000 , 2000] μm ; ou [-200,0 , 200,0] μm ; ou [-20,00 , 20,00] μm ;
1 μm ou 0,1 μm ou 0,01 μm

OPERAÇÃO EFETUADA

OPERATION

TIPO

TYPE

DATA

DATE

MÉTODO

METHOD

DOCUMENTO DE REFERÊNCIA

REFERENCE DOCUMENT

RASTREABILIDADE METROLÓGICA

METROLOGICAL TRACEABILITY

INCERTEZA EXPANDIDA

EXPANDED MEASUREMENT UNCERTAINTY

RESULTADO DE MEDIÇÃO

MEASUREMENT RESULT

Calibração
2018-01-18
Comparação
ISO 463:2006
Às unidades SI, através do padrão IPQ Interferómetro HP (2532AO2730); IPQ
Ver páginas seguintes
Ver páginas seguintes

RESPONSÁVEL DE DOMÍNIO

COMPRIMENTO

Head of Length Domain

DIRETOR DA UNIDADE

LABORATÓRIO NACIONAL DE METROLOGIA

Director of the National Metrology Laboratory Unit

O presente Relatório de Ensaio só pode ser reproduzido no seu todo e apenas se refere ao(s) item(s) ensaiado(s).

This Report may only be reproduced in full and only refers to the tested measuring instrument(s).



RELATÓRIO DE ENSAIO

TEST REPORT

NÚMERO 101.87 / 1840280

NUMBER

PÁGINA 2 de 3

Page

DESCRIÇÃO DO MÉTODO:

O princípio de medição consiste em determinar o erro de medição entre o valor medido pelo comparador, para as amplitudes de medição de 400 μm e 40 μm , e o valor de medição do interferômetro laser HP, tendo-se como base as características metrológicas para os comparadores analógicos definidas na ISO 463:2006 – *Geometrical Product Specifications - Dimensional measuring equipment - Design and metrological characteristics of mechanical dial gauges*.

Foram utilizados, como padrões, os seguintes equipamentos:

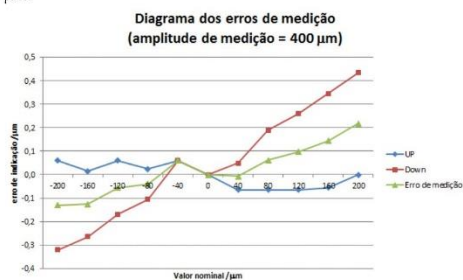
- Laser interferométrico HP 5518A IM:101.13-2532AO2730
- Termohigrômetro Fluke IM:502.00-2626H B836323
- Sensor de força TEST IM: 245.80-1250

RESULTADOS:

Condições Ambientais: $t \in [20,6, 21,3]^\circ\text{C}$

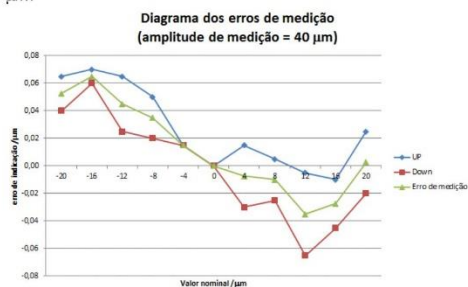
Para a amplitude de medição, do comparador, de 400 μm :

Valor nominal μm	Erro de medição μm	Incerteza expandida μm
-200	-0,1	0,6
-160	-0,1	
-120	-0,1	
-80	0,0	
-40	0,1	
0	0,0	
40	0,0	
80	0,1	
120	0,1	
160	0,1	
200	0,2	



Para a amplitude de medição, do comparador, de 40 μm :

Valor nominal μm	Erro de medição μm	Incerteza expandida μm
-20	0,05	0,20
-16	0,07	
-12	0,05	
-8	0,03	
-4	0,02	
0	0,00	
4	-0,01	
8	-0,01	
12	-0,04	
16	-0,03	
20	0,00	





RELATÓRIO DE ENSAIO

TEST REPORT

NÚMERO 101.87 / 1840280

NUMBER

PÁGINA 3 de 3

Page

Força de medição do comparador:

$F_{\text{mínima}}$ /N	$F_{\text{máxima}}$ /N
0,71	0,95

A incerteza expandida apresentada está expressa pela incerteza-padrão multiplicada pelo fator de expansão $k = 2$, o qual para uma distribuição normal corresponde a uma probabilidade expandida de 95 %, aproximadamente. A incerteza foi calculada de acordo com o documento *Evaluation of Measurement Data - Guide to the expression of uncertainty in measurement, JCGM 100:2008 (GUM 1995 with minor corrections)*.

The reported expanded uncertainty is stated as the standard measurement uncertainty multiplied by the coverage factor $k = 2$, which for a normal distribution corresponds to a coverage probability of approximately 95 %. The uncertainty was calculated according to the document "Evaluation of Measurement Data - Guide to the expression of uncertainty in measurement, JCGM 100:2008 (GUM 1995 with minor corrections)".

Anexo III - Tabelas relativas à avaliação da incerteza de medição por altura H

H= 100 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza / μm
Reprodutibilidade	5,1	1,3	A - Normal	1	1,2
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,0
Certificado Comparador	0,6	0,3	B - Retangular	1	0,3
Temperatura	0,2	0,1	B - Retangular	0,8	0,09
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	0,8	0,04
				$u(Y)$	1,3
				$U(Y)$	2,6

H= 1500 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza (μm)
Reprodutibilidade	4,4	1,06	A - Normal	1	1,1
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,03
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,3
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	1,2	0,1
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	1,2	0,06
				$u(Y)$	1,1
				$U(Y)$	2,2

H= 200 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza (μm)
Reprodutibilidade	3,9	0,93	A - Normal	1	0,93
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,03
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,30
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	1,6	0,2
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	1,6	0,08
				$u(Y)$	1,0
				$U(Y)$	2,0

H= 250 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza (μm)
Reprodutibilidade	3,2	0,78	A - Normal	1	0,78
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,03
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,30
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	2,0	0,2
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	2,0	0,1
				$u(Y)$	0,9
				$U(Y)$	1,7

H= 300 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza (μm)
Reprodutibilidade	2,6	0,64	A - Normal	1	0,6
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,03
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,3
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	2,4	0,3
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	2,4	0,1
				$u(Y)$	0,8
				$U(Y)$	1,5

H= 350 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza (μm)
Reprodutibilidade	1,8	0,43	A - Normal	1	0,43
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,03
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,30
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	2,8	0,3
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	2,8	0,1
				$u(Y)$	0,6
				$U(Y)$	1,3

H= 400 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza (μm)
Reprodutibilidade	1,2	0,30	A - Normal	1	0,30
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,03
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,30
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	3,2	0,4
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	3,2	0,2
				$u(Y)$	0,6
				$U(Y)$	1,2

H= 450 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza (μm)
Reprodutibilidade	0,9	0,21	A - Normal	1	0,21
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,03
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,30
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	3,6	0,4
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	3,6	0,2
				$u(Y)$	0,6
				$U(Y)$	1,2

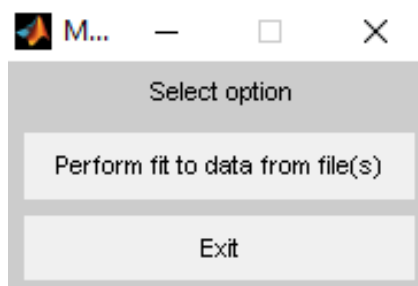
H= 500 mm					
Grandeza	Estimativa	Incerteza Padrão	Distribuição probabilidade	Coefficiente de sensibilidade	Contribuição para a incerteza (μm)
Reprodutibilidade	0,0	0,0	A - Normal	1	0,00
Resolução Comparador	0,1	0,03	B - Retangular	1	0,03
Certificado Comparador	0,6	0,30	B - Retangular	1	0,30
Temperatura	0,2	0,12	B - Retangular	4,0	0,5
Certificado data logger	0,1	0,05	B - Normal	4,0	0,2
				$u(Y)$	0,6
				$U(Y)$	1,2

Anexo IV - Procedimento utilizado no software *XGenline*

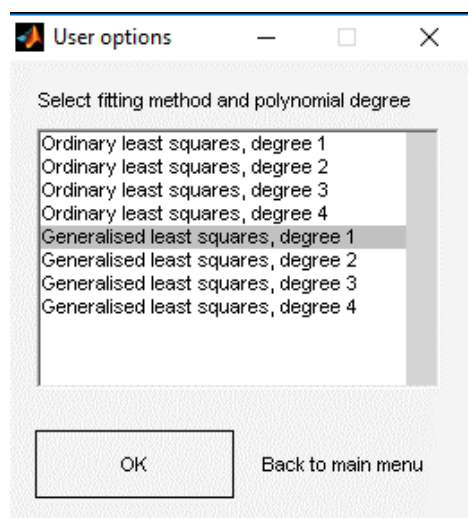
- 1) Criar um ficheiro em .txt com os dados expostos da forma indicada

500000.0	0.1	0.0	0.6
450000.0	0.1	-2.2	0.6
400000.0	0.1	-4.8	0.6
350000.0	0.1	-6.8	0.6
300000.0	0.1	-9.3	0.8
250000.0	0.1	-12.8	0.9
200000.0	0.1	-16.4	1.0
150000.0	0.1	-19.3	1.1
100000.0	0.1	-21.2	1.3
50000.0	0.1	-20.7	1.4
Unknown	Unknown	0.0	0.6

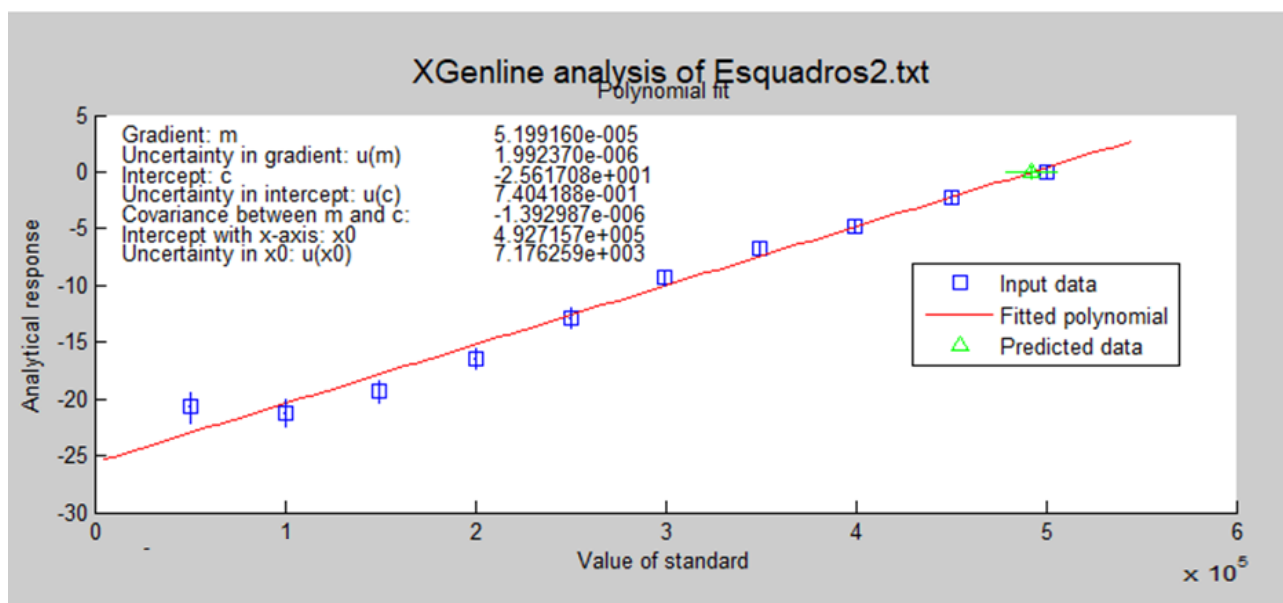
- 2) Executar o software e escolher a opção “*Perform fit data from file(s)*” e seleccionar o ficheiro criado no ponto anterior



- 3) Seleccionar a opção destacada na figura



Anexo V - Resultados obtidos no XGenline



Anexo VI – Código Octave

```
%%
% Assign x-values.
x = [500000 450000 400000 350000 300000 250000 200000 150000 100000 50000]';
m = length(x);
%%
% Assign y-values.
y = [0.0 -2.2 -4.8 -6.8 -9.3 -12.8 -16.4 -19.3 -21.2 -20.7]';
%%
% Assign uncertainties associated with x-values.
ux = [0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1]';
%%
% Assign uncertainties associated with y-values.
uy = [0.6 0.6 0.6 0.6 0.8 0.9 1.0 1.1 1.3 1.4]';
%%
% Step 1. Initial approximation using weighted least squares
[ai, bi, u2ai, u2bi, uabi, wi, g0i, h0i, gi, hi, G2i, ri, Ri] = algm_wls_steps_1_to_8(x, y, uy);
%%
% Round approximations to parameters in step 1 to four decimal places.
% (This step is included to produce the results given in ISO/TS 28037:2010:
% the step would not generally be performed.)
ai = round(10000*ai)/10000;
at{1} = ai;
bi = round(10000*bi)/10000;
bt{1} = bi;
%%
% Assign tolerances and initialize variables.
tol = 0.00005;
da{1} = []; db{1} = [];
t{1} = []; xs{1} = []; z{1} = []; f{1} = []; g{1} = []; h{1} = []; F2{1} = [];
g0{1} = []; h0{1} = []; gt{1} = []; ht{1} = []; Gt2{1} = []; r{1} = [];
ind = 1;
%%
% Step 2.
m = length(x);
t{ind} = ones(m, 1)./(uy.^2 + bt{ind}^2*ux.^2);
xs{ind} = (x.*uy.^2 + bt{ind}.*ux.^2.*(y - at{ind})).*t{ind};
z{ind} = y - at{ind} - bt{ind}*x;
```

```

%%
% Step 3.
f{ind} = sqrt(t{ind});
g{ind} = f{ind}.*xs{ind};
h{ind} = f{ind}.*z{ind};
%%
% Step 4.
%
% Substep (i).
F2{ind} = sum(f{ind}.*f{ind});
%%
% Substep (ii).
g0{ind} = sum(f{ind}.*g{ind})/F2{ind};
h0{ind} = sum(f{ind}.*h{ind})/F2{ind};
%%
% Substep (iii).
gt{ind} = g{ind} - g0{ind}*f{ind};
ht{ind} = h{ind} - h0{ind}*f{ind};
%%
% Substep (iv).
Gt2{ind} = sum(gt{ind}.*gt{ind});
%%
% Substep (v).
db{ind} = sum(gt{ind}.*ht{ind})/Gt2{ind};
da{ind} = h0{ind} - db{ind}*g0{ind};
% Step 5.
at{ind+1} = at{ind} + da{ind};
bt{ind+1} = bt{ind} + db{ind};
r{ind} = ht{ind} - db{ind}*gt{ind};
while (abs(da{ind}) > tol) || (abs(db{ind}) > tol)
%%
% Update iteration number.
ind = ind + 1;
%%
% Step 6. Repeat steps 2 to 5 until convergence has been achieved: see
% <algm_gdr1_steps_2_to_5.html algm_gdr1_steps_2_to_5.m>.
[at, bt, da, db, t, xs, z, f, g, h, F2, g0, h0, gt, ht, Gt2, r] ...
= algm_gdr1_steps_2_to_5(x, ux, y, uy, at, bt, da, db, ...
t, xs, z, f, g, h, F2, g0, h0, gt, ht, Gt2, r, ind);
end

```

```

a = at{ind+1};
b = bt{ind+1};
%%
% Step 7. Evaluate uncertainties.
u2a = 1/F2{ind} + g0{ind}^2/Gt2{ind};
u2b = 1/Gt2{ind};
uab = -g0{ind}/Gt2{ind};
%%
% Step 8. Form observed chi-squared value and degrees of freedom.
chi_sq_obs = sum(r{ind}.*r{ind});
nu = m - 2;
%%
% Search for value of nu in first column of lookup table. If nu appears in
% the table, set chi_sq to be the corresponding quantile, otherwise use the
% approximation of Wilson and Hilferty.
ind = find(nu == table(:, 1), 1);
if ~isempty(ind)
    chi_sq = table(ind, 2);
else
    chi_sq = nu*((1 - 2/(9*nu) + 1.644854*sqrt(2/(9*nu)))^3);
end
%% Display information on screen
%%
% Measurement data.
fprintf('FITTING \n')
fprintf(['Data representing ', num2str(m), ' measurement points \n'])
for i = 1:m
    fprintf('%8.1f %8.1f %8.1f %8.1f \n', [x(i), ux(i), y(i), uy(i)])
end
fprintf('\n')
%%
% Initial approximations to parameters.
fprintf('Initial approximation to intercept \n'), fprintf('%9.7f \n\n', ai)
fprintf('Initial approximation to slope \n'), fprintf('%9.8f \n\n', bi)
%%
% Calculation tableau for each iteration:
for niter = 1:ind
    write_gdr1_tableaux(x, ux, y, uy, t, xs, z, f, g, h, g0, h0, gt, ht, ...
        at, bt, da, db, r, niter, '%9.4f');
end

```

```

%%
% Solution estimates.
fprintf('Estimate of intercept \n'), fprintf('%9.8f \n\n', a)
fprintf('Estimate of slope \n'), fprintf('%9.8f \n\n', b)
%%
% Standard uncertainties associated with solution estimates.
fprintf('Standard uncertainty associated with estimate of intercept \n'), fprintf('%9.8f \n\n', sqrt(u2a))
fprintf('Standard uncertainty associated with estimate of slope \n'), fprintf('%9.8f \n\n', sqrt(u2b))

```


Anexo VII- Resultados obtidos pelo *Octave*

Command Window

```
Estimate of intercept  
-25.61707820
```

```
Estimate of slope  
0.00005199
```

```
Standard uncertainty associated with estimate of intercept  
0.74041881
```

```
Standard uncertainty associated with estimate of slope  
0.00000199
```


Anexo VIII - Dados obtidos para o desvio de retitude local, quando aplicado o método dos mínimos quadrados

Dados obtidos do desvio de retitude pelo MMQ com o *Excel*

H /mm	$(E_{exp})_H$ /μm	$E_{teo}(H)$ /μm	r_H /μm
500	0,0	0,2	-0,2
450	-2,2	-2,3	0,1
400	-4,8	-4,9	0,1
350	-6,8	-7,5	0,7
300	-9,3	-10,0	0,8
250	-12,8	-12,6	-0,1
200	-16,4	-15,2	-1,2
150	-19,3	-17,7	-1,6
100	-21,2	-20,3	-0,9
50	-20,7	-22,9	2,2

Dados obtidos do desvio de retitude pelo MMQ com o *Octave/XGenline*

H /mm	$(E_{exp})_H$ /μm	$E_{teo}(H)$ /μm	r_H /μm
500	0,0	0,4	-0,4
450	-2,2	-2,2	0,0
400	-4,8	-4,8	0,1
350	-6,8	-7,4	0,7
300	-9,3	-10,0	0,8
250	-12,8	-12,6	-0,1
200	-16,4	-15,2	-1,1
150	-19,3	-17,8	-1,5
100	-21,2	-20,4	-0,8
50	-20,7	-23,0	2,4

